



**Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Curso de Engenharia Eletrônica**

**SIMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA  
DE CONTROLE ATIVO DE RUÍDO MONO-CANAL EM  
DUTOS ACÚSTICOS COM PROPAGAÇÃO DE  
ONDAS PLANAS**

**Autor: Antonio Boson Almeida Júnior  
Orientador: Renato Vilela Lopes**

**Brasília, DF  
2014**



**ANTONIO BOSON ALMEIDA JÚNIOR**

**SIMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM SISTEMA DE CONTROLE ATIVO DE  
RÚIDO MONO-CANAL EM DUTOS ACÚSTICOS COM PROPAGAÇÃO DE  
ONDAS PLANAS**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Eletrônica da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Orientador: Dr. Renato Vilela Lopes

Co-Orientadora: Dra. Maria Alzira de Araújo Nunes

**Brasília, DF  
2014**

## CIP – Catalogação Internacional da Publicação

Boson Almeida Júnior, Antonio.

Simulação e Implementação de um Sistema de Controle Ativo de Ruído Mono-Canal em Dutos Acústicos com Propagação de Ondas Planas / Antonio Boson Almeida Júnior. Brasília: UnB, 2014. 92 p. : il. ; 29,5 cm.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília  
Faculdade do Gama, Brasília, 2014. Orientação: Renato Vilela Lopes.

1. Controle Ativo de Ruído. 2. Dutos. 3. Ondas Planas. 4. *Matlab*® 5. *Fx-LMS* 6. *Fx-RLS*. I. Vilela Lopes, Renato. II. Simulação e Implementação de um Sistema de Controle Ativo de Ruído Mono-Canal em Dutos Acústicos com Propagação de Ondas Planas.



## **REGULAMENTO E NORMA PARA REDAÇÃO DE RELATÓRIOS DE PROJETOS DE GRADUAÇÃO FACULDADE DO GAMA - FGA**

**Antonio Boson Almeida Júnior**

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Eletrônica da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em 25/06/2014 apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Prof. Dr.: Renato Vilela Lopes, UnB/ FGA**

Orientador

---

**Profa. Dra.: Maria Alzira de Araújo Nunes, UnB/ FGA**

Co-Orientadora

---

**Prof. Dr.: Leonardo Aguayo, UnB/ FGA**

Membro Convidado

---

**Profa. Dra.: Suzana Moreira Ávila, UnB/ FGA**

Membro Convidado

Brasília, DF  
2014

## **AGRADECIMENTOS**

Especialmente aos meus pais, Antonio Boson Almeida e Maria Edenice de Carvalho Almeida Boson, pelo apoio sempre incondicional. Ao Prof. Renato Vilela Lopes e a Profa. Maria Alzira de Araújo Nunes, pela orientação, paciência e dedicação. A minha irmã, Ana Carolina de Carvalho Almeida Boson, pela cumplicidade em todos os bons e maus momentos. Aos meus amigos, pela torcida e carinho.

## RESUMO

O estudo de técnicas de redução de ruído em dutos, em especial aquelas que fazem uso de sistemas de Controle Ativo, tornou-se, ao longo dos anos, um campo de intensa pesquisa e aplicações principalmente devido ao potencial industrial e à viabilidade de montagem de sistemas. Este trabalho tem como intuito apresentar a simulação numérica de um sistema de Controle Ativo de Ruído em dutos com o auxílio do *software Matlab*<sup>®</sup>. Para tanto, um modelo analítico do duto no domínio do tempo é estudado, bem como um modelo analítico no domínio da frequência, linear e invariante no tempo. Uma alternativa de representação finita das funções de transferência obtidas é apresentada visando à implementação de controladores em processadores digitais de sinais. Os algoritmos *Fx-NLMS* e *Fx-RLS* são estudados e implementados em ambiente *Matlab*<sup>®</sup> tanto para a topologia do tipo *feedforward* quanto para as topologias *feedback* e híbrida, viabilizando a simulação do Controle Ativo de Ruído e a análise de seus principais parâmetros.

**Palavras-chave:** Controle Ativo de Ruído, Dutos, Ondas Planas, *Matlab*<sup>®</sup>, *Fx-NLMS*, *Fx-RLS*

## ABSTRACT

The study of noise reduction techniques in ducts, especially the ones that uses Active Control systems, has become a very important study field in the last years. Intensive research and applications have been developed because of its industrial potential and experimental construction viability. This project aims to present a numeric simulation of an Active Noise Control system in ducts using the Matlab<sup>®</sup> software. For that, an analytical model for the duct in the time domain is presented, as well as an analytical model in the frequency domain. A finite dimensional alternative to represent the obtained transfer functions is presented, in order to be used in digital signal processors. The *Fx-LMS* and *Fx-RLS* algorithms are presented and implemented in the Matlab<sup>®</sup> in feedback, feedforward and hybrid topologies, enabling the Active Noise Control system simulation and the analysis of his main parameters.

**Keywords:** Active Noise Control, Ducts, Plane Waves, *Matlab<sup>®</sup>*, *Fx-NLMS*, *Fx-RLS*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Forma de propagação de ondas sonoras planas .....	21
Figura 2.2 Ilustração do princípio da interferência destrutiva de ondas sonoras .....	22
Figura 2.3. Diagrama de um sistema CAR do tipo <i>feedback</i> .....	24
Figura 2.4. Diagrama de um sistema CAR do tipo <i>feedforward</i> com referência não acústica .....	24
Figura 2.5 Diagrama de um sistema CAR do tipo <i>feedforward</i> com referência acústica .....	25
Figura 2.6 Diagrama de um sistema CAR do tipo híbrido com referência acústica ...	25
Figura 2.7 Identificação das funções de transferência dos caminhos primários e secundários.....	26
Figura 2.8 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo <i>feedforward</i> .....	27
Figura 2.9 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo <i>feedback</i> .....	27
Figura 2.10 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo híbrido.....	28
Figura 3.1. Duto hipotético modelado .....	29
Figura 3.2. Representação do tubo modelado e da fonte geradora de ruído P (adaptado de Zander & Hansen, 1992) .....	30
Figura 3.3. Distribuição do campo sonoro dentro do duto .....	33
Figura 3.4. identificação das funções de transferencias .....	34
Figura 3.4. Resposta em magnitude da função de transferência do caminho primário	39
Figura 3.5. Resposta em magnitude da função de transferência do caminho secundário .....	39
Figura 3.6 Resposta em frequência do modelo de dimensão infinita (azul), e do modelo de dimensão finita para N = 25 (vermelho) e N = 250 (verde).....	41
Figura 3.7. Resposta em frequência da função de transferência do caminho primário em Representação Modal .....	42
Figura 4.1 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo <i>feedforward</i> .....	44
Figura 4.2 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo <i>feedback</i> .....	45
Figura 4.3 Diagrama de controle de um sistema CAR híbrido .....	45



Figura 4.4 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo <i>feedback</i> com compensação de caminho secundário.....	46
Figura 4.5 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo <i>feedback</i> com compensação de caminho secundário.....	47
Figura 4.6 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo híbrido com compensação de caminho secundário.....	48
Figura 4.7 Modelo básico para estudo dos sistemas CAR (Fonseca, 2007).....	49
Figura 5.1 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> para excitação com o sinal característico da Eq. (5.1) em topologia <i>feedforward</i> .....	61
Figura 5.2 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( <i>SNR igual a 10 dB</i> ) em topologia <i>feedforward</i> .....	63
Figura 5.3 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( <i>SNR igual a 30 dB</i> ) em topologia <i>feedforward</i> .....	63
Figura 5.4 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( <i>SNR igual a 50 dB</i> ) em topologia <i>feedforward</i> .....	64
Figura 5.5 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> para excitação com ruído branco em topologia <i>feedforward</i> .....	64
Figura 5.6 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> para excitação com o sinal característico da Eq. (5.1) em topologia <i>feedforward</i> .....	65
Figura 5.7 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( <i>SNR igual a 10 dB</i> ) em topologia <i>feedforward</i> .....	66
Figura 5.8 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( <i>SNR igual a 30 dB</i> ) em topologia <i>feedforward</i> .....	66
Figura 5.9 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( <i>SNR igual a 50 dB</i> ) em topologia <i>feedforward</i> .....	67
Figura 5.10 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> para excitação com ruído branco em topologia <i>feedforward</i> .....	68
Figura 5.11 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> para excitação com o sinal característico da Eq. (5.2) em topologia <i>feedback</i> .....	69
Figura 5.12 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> para excitação com o sinal característico da Eq. (5.2) em topologia <i>feedback</i> .....	70
Figura 5.13 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> para excitação com o sinal característico da Eq. (5.2) em topologia híbrida.....	71

Figura 5.14 Simulação de controle $Fx$ -NLMS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$ igual a 10 dB) em topologia híbrida.....	72
Figura 5.15 Simulação de controle $Fx$ -NLMS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$ igual a 30 dB) em topologia híbrida.....	72
Figura 5.16 Simulação de controle $Fx$ -NLMS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$ igual a 50 dB) em topologia híbrida.....	73
Figura 5.17 Simulação de controle $Fx$ -NLMS para excitação com ruído branco em topologia híbrida.....	74
Figura 5.18 Simulação de controle $Fx$ -RLS para excitação com o sinal característico da Eq. (5.2) em topologia híbrida. ....	74
Figura 5.19 Simulação de controle $Fx$ - RLS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$ igual a 10 dB) em topologia híbrida.....	75
Figura 5.20 Simulação de controle $Fx$ - RLS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$ igual a 30 dB) em topologia híbrida.....	76
Figura 5.21 Simulação de controle $Fx$ - RLS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$ igual a 50 dB) em topologia híbrida.....	76
Figura 5.22 Simulação de controle $Fx$ - RLS para excitação com ruído branco em topologia híbrida.....	77

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Custo computacional do algoritmo <i>LMS</i> (Fonseca, 2007) .....	54
Tabela 4.2 – Custo computacional do algoritmo <i>NLMS</i> (Fonseca, 2007).....	55
Tabela 4.3 – Custo computacional do algoritmo <i>RLS</i> (Fonseca, 2007) .....	59
Tabela 5.1 – Parâmetros do sinal descrito pela Eq. (5.1) .....	60
Tabela 5.2 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> em topologia <i>feedforward</i> excitado com o sinal característico da Eq. (5.1).....	62
Tabela 5.3 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> em topologia <i>feedforward</i> excitado por uma senóide acrescida de ruído.....	62
Tabela 5.4 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> em topologia <i>feedforward</i> excitado com o sinal característico da Eq. (5.1).....	65
Tabela 5.5 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> após adição de ruído. ....	67
Tabela 5.6 – Parâmetros dos ensaios realizados .....	68
Tabela 5.7 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> excitado com o sinal característico da Eq. (5.2). ....	69
Tabela 5.8 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> excitado com o sinal característico da Eq. (5.2).....	70
Tabela 5.9 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle <i>Fx- NLMS</i> excitado com o sinal característico da Eq. (5.2). ....	71
Tabela 5.10 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> após adição de ruído. ....	73
Tabela 5.11 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> em topologia híbrida excitado com o sinal característico da Eq. (5.2).....	75
Tabela 5.12 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse, na Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> após adição de ruído. ....	77

Tabela 5.13 – Índices de atenuação obtidos para as frequências de interesse, na Simulação de controle $Fx-NLMS$ e $Fx-RLS$ em topologia feedforward. ....	78
Tabela 5.14 – Índices de atenuação obtidos para as frequências de interesse, na Simulação de controle $Fx-NLMS$ e $Fx-RLS$ em topologia feedback. ....	78
Tabela 5.15 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse (150 Hz), na Simulação de controle $Fx-NLMS$ e $Fx-RLS$ após adição de ruído em topologia feedforward e híbrida. ....	78

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAR	Controle Ativo de Ruído
CPR	Controle Passivo de Ruído
FIR	Finite Impulse Response
Fx-NLMS	Filtered-x Normalized Least Mean Square
Fx-RLS	Filtered-x Recursive Least Square
LMS	Least Mean Square
LS	Least Square
MSE	Mean Square Error
NBR	Norma Brasileira
NLMS	Normalized Least Mean Square
NR	Normas Regulamentadoras
RLS	Recursive Least Square
SNR	Signal to Noise Ratio

## LISTA DE SÍMBOLOS

$L$	Comprimento do duto acústico
$x_a$	Posição do alto falante de controle
$x_m$	Posição do microfone de erro
$c_0$	Velocidade do som
$\gamma$	Maior das dimensões da seção transversal do duto
$G(x, x_0, \omega)$	Função de Green
$\omega$	Frequência angular
$k_{mn}$	Número de onda modal
$\psi_{mn}$	Função de forma modal
$\Lambda_{mn}$	Fator de normalização modal
$m, n$	Índices modais
$b, d$	Dimensões da seção transversal do duto
$u(x_0)$	Amplitude complexa da velocidade da partícula
$\rho_0$	Densidade do fluido
$Q_p$	Velocidade de volume
$\beta$	Módulo do volume volumétrico adiabático
$\rho$	Densidade instantânea
$s$	Taxa de variação da densidade do fluido
$p$	Pressão acústica
$P$	Pressão instantânea
$P_0$	Pressão de equilíbrio
$P_x$	Potência
$t$	Variável tempo
$v(x, t)$	Velocidade da partícula
$a_{x_a}$	Aceleração da particular
$\delta(x)$	Função delta de Dirac
$\xi$	Fator de amortecimento
$J_{MSE}(n)$	Função de custo MSE
$p_n(e)$	Função da densidade de probabilidade de erro

$E\{.\}$	Esperança matemática ou valor médio
$R_{xx}(n)$	Matriz de correlação da entrada
$P_{dx}(n)$	Vetor de correlação cruzada entre a resposta desejada e a entrada
$J_{LMS}(n)$	Função de custo Média dos Mínimos Quadrados
$\mu(n)$	Passo de adaptação
$P_x(n)$	Potência instantânea estimada
$\alpha$	Tamanho de passo normalizado
$\varepsilon(n)$	Função de custo utilizada na dedução do RLS
$\lambda$	Fator de esquecimento
$R_x(n)$	Matriz de correlação da entrada determinística
$r_{dx}(n)$	Vetor de correlação cruzada
$g(n)$	Veto de ganho
$P(n)$	Matriz de correlação

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1. Contextualização	16
1.2. Motivação	18
1.3. Objetivos	19
1.3.1 Geral	19
1.3.2 Específico	19
<b>2. CONTROLE ATIVO DE RUÍDO</b>	<b>21</b>
2.1. Características das ondas planas	21
2.2. Princípio de funcionamento	22
2.3. Classificação de sistemas de Controle Ativo de Ruído	23
2.4. Diagrama de um sistema de Controle Ativo de Ruído – <i>Feedforward</i> , <i>Feedback</i> e Híbrido	26
<b>3. MODELAGEM ANALÍTICA DO DUTO ACÚSTICO</b>	<b>29</b>
3.1. Modelo do duto acústico no domínio do tempo	30
3.2. Modelo do duto acústico no domínio da frequência - dimensão infinita	33
3.3. Modelo do duto acústico no domínio da frequência - dimensão finita	39
<b>4. MODELAGEM DO SISTEMA DE CONTROLE</b>	<b>44</b>
4.1. Influência do Caminho Secundário	44
4.1.1 Diagrama de controle do tipo <i>feedforward</i> com compensação de caminho secundário	46
4.1.2 Diagrama de controle do tipo <i>feedback</i> com compensação de caminho secundário	47
4.1.3 Diagrama de controle do tipo híbrido com compensação de caminho secundário	47
4.2. Algoritmos de controle	48
4.2.1. Filtros adaptativos – Modelo básico	49
4.2.2. Algoritmo <i>NLMS</i>	50
4.2.2.1 Função de Custo <i>MSE</i> ( <i>Mean-Square Error</i> )	50
4.2.2.2 A solução de Wiener	50
4.2.2.3 Método <i>Steepest Descent</i>	52
4.2.2.4 O algoritmo <i>LMS</i> ( <i>Least Mean Square</i> )	53
4.2.2.5 O algoritmo <i>NLMS</i> ( <i>Normalized Least Mean Square</i> )	54
4.2.3 Algoritmo <i>RLS</i>	55
4.2.3.1 Função custo	55
4.2.3.2 O algoritmo <i>RLS</i> ( <i>Recursive Least Square</i> )	56
4.2.4 Implementação do sistema CAR	59
<b>5. SIMULAÇÃO NÚMÉRICA DO SISTEMA DE CONTROLE DE RUÍDO</b>	<b>60</b>
5.1 Metodologia de simulação	60
5.2 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> em topologia <i>Feedforward</i>	61
5.3 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> em topologia <i>Feedforward</i>	65
5.4 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> em topologia <i>Feedback</i>	68
5.5 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> em topologia <i>Feedback</i>	69
5.6 Simulação de controle <i>Fx-NLMS</i> em topologia Híbrida	71
5.7 Simulação de controle <i>Fx-RLS</i> em topologia Híbrida	74
5.8 Síntese de resultados	77
<b>6. CONCLUSÕES E PRÓXIMAS ETAPAS</b>	<b>80</b>
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>82</b>
<b>8. APÊNDICE A – ALGORITMOS IMPLEMENTADOS PARA SIMULAÇÃO DE CAR</b>	<b>85</b>
A.1 Algoritmo <i>Fx-NLMS</i> – <i>Feedforward</i>	85
A.2 Algoritmo <i>Fx-NLMS</i> – <i>Feedback</i>	86
A.3 Algoritmo <i>Fx-NLMS</i> – Híbrido	87
A.4 Algoritmo <i>Fx-RLS</i> – <i>Feedforward</i>	89
A.5 Algoritmo <i>Fx-RLS</i> – <i>Feedback</i>	90
A.6 Algoritmo <i>Fx-RLS</i> – Híbrido	91



## **1. INTRODUÇÃO**

Atualmente, a comunidade científica tem voltado grande parte dos seus esforços ao estudo e desenvolvimento de tecnologias que, de forma direta ou indireta, impliquem em um maior índice de qualidade de vida, obtido principalmente através de produtos que proporcionem para os indivíduos da sociedade maior conforto e melhor estado de saúde (Sathler, 2009).

Dentre os maiores alvos desse campo de estudo está o ruído acústico. Este pode ser definido, de maneira simples, como uma onda sonora indesejada ou prejudicial, e está, atualmente, presente no dia a dia da população, seja no tráfego, nas indústrias, nos eletrodomésticos, nos sistemas de ar condicionado, no interior dos carros, nas obras e construções, etc (Delfino, 2005).

Por estes motivos, sistemas de controle de ruído estão sendo constantemente aperfeiçoados e implantados em aplicações nas mais diversas áreas, sendo algumas delas: carros (controle do ruído gerado pelo sistema de exaustão e controle de ruído dentro da cabine proveniente do meio externo), fones de ouvidos (para uso de entretenimento e como equipamento de proteção individual), sistemas de ventilação industriais, entre outras.

Este capítulo visa situar o leitor, de forma geral, no cenário em que se encontram os sistemas de Controle de Ruído. Para tanto, uma contextualização acerca do tema é realizada. A motivação deste trabalho é exposta, bem como os objetivos propostos.

### **1.1. Contextualização**

Atualmente, as técnicas de controle passivo (capazes de reduzir os níveis de ruído agindo sobre as propriedades de absorção, reflexão e transmissão dos materiais acústicos (Paonessa, 1994)) ainda constituem uma abordagem muito utilizada na tentativa de mitigação de ruído.

Os sistemas CPR (controle passivo de ruído), no entanto, fazem uso de dispositivos chamados silenciadores e barreiras acústicas que, apesar de eficientes na atenuação de ruído em uma larga banda de frequência, são ineficientes, volumosos e de alto custo em baixas frequências (Nuñez, 2005).

As técnicas de controle ativo de ruído (CAR), em contrapartida, se configuram uma alternativa viável, uma vez que apresentam alto desempenho nas baixas frequências e volume de instalação reduzido (Riyanto, 2007).

O surgimento do conceito do CAR se deu com o físico alemão Paul Lueg, em 1936, que patenteou o projeto com o nome Processo para Silenciar Oscilações Sonoras (*Process of Silencing Sound Oscillations*) (Lueg, 1936). Lueg desenvolveu o sistema sobre a ideia de que impulsos elétricos se propagam muito mais rápido que impulsos sonoros. Ele propôs uma fonte de controle de mesma intensidade e fase oposta visando promover o cancelamento de um sinal de perturbação existente de baixa frequência. Nesta época, no entanto, não havia sido desenvolvida a eletrônica necessária para o desenvolvimento da técnica, e a mesma ficou praticamente estagnada por quase vinte anos.

Olson e May (Olson & May, 1953) mostraram pela primeira vez a possibilidade da implementação da técnica de Controle Ativo de Ruído. Estes propuseram a aplicação de um amplificador inversor de alto ganho para inverter um sinal adquirido por um microfone e atenuar o ruído existente em cabines de automóveis ou aeronaves.

Em virtude da precariedade dos sistemas computacionais da época, somente na década de 1970 experimentos mais significativos puderam ser realizados, e reforçados posteriormente na década de 1980 com a grande contribuição da área de processamento digital de sinais. Nesta época, o algoritmo *LMS* (*Least Mean Squares*) foi criado para cancelamento de eco em sistemas de comunicação, e em 1981 foi utilizado pela primeira vez em um sistema CAR por Burger (Lessa, 2010).

Em 2001, Romeu realizou um estudo voltado ao Controle Ativo de Ruído em dutos e comprova que, desde a entrada até a saída, as ondas sonoras dentro do duto são planas (Capdevila et. al., 2001). A partir do modelo desenvolvido, as posições ótimas das fontes de controle foram identificadas com o objetivo de aumentar a eficiência do sistema.

A partir de então, intensa pesquisa foi realizada no campo de CAR possibilitando inclusive que, em 2003, Wong implementasse um sistema CAR utilizando sensores infravermelhos ao invés de microfones e conseguisse uma redução de ruído ainda mais efetiva (Wong et. al., 2003).

Desde o conceito inicial proposto por Lueg, a teoria de controle ativo de ruído passou por uma longa transição, saindo dos conceitos de laboratório e passando a aplicações nos mais diversos campos da ciência aplicada. (Magalhães, 2009).

Até os dias de hoje, o desenvolvimento das técnicas de processamento de sinais, o entendimento dos princípios e mecanismos físicos envolvidos em um

sistema de controle ativo, os avanços em áreas como eletrônica, controle, acústica e vibrações ocorrendo constantemente. Além disto, é considerável o auxílio oferecido pelo avanço dos processadores digitais de sinais de baixo custo (Riyanto, 2007).

Todos estes fatores contribuem para que o estudo de sistemas de controle ativo de ruído se torne um campo de estudo fundamental da acústica aplicada, atraindo a atenção de engenheiros das áreas civil, mecânica, eletrônica, além de físicos e matemáticos.

## **1.2. Motivação**

A necessidade de redução de ruído é cada vez mais uma demanda da sociedade. O controle de ruído proporciona ambientes mais silenciosos, os quais são mais seguros, produtivos e confortáveis.

A exposição ao ruído acústico pode acarretar no ser humano impactos que variam desde os comportamentais psicológicos, como problemas de comunicação, stress, fadiga, irritação, dificuldades de relacionamento, isolamento e baixa autoestima, até os fisiológicos, que incidem diretamente no sistema auditivo, como dificuldades auditivas e até perda de audição (Barros, 1998). Além disso, é conhecido que a exposição a ruídos sonoros em ambiente de trabalho reduz de forma considerável a produtividade das atividades que exigem alto grau de concentração (Wictor & Bazzanella, 2012).

As vantagens da redução de ruído são hoje tão aparentes que a Legislação Brasileira de Ruídos foi desenvolvida para garantir a manutenção de níveis seguros. Esta legislação visa evitar os efeitos auditivos e não auditivos que podem ser ocasionados pela exposição excessiva ao ruído e é composta principalmente pelo conjunto de normas NR-15 (em seus anexos I e II) e NR-17, bem como a NBR 10151 e a NBR 10152.

A NBR 10151 objetiva a avaliação do ruído em áreas habitadas, visando o conforto da comunidade, definição de níveis máximos permissíveis para cada tipo de zoneamento da cidade e o método de medição a ser seguido. A norma NBR 10152, por sua vez, determina o nível de ruído para conforto acústico em diferentes tipos de ambientes internos. Por fim, as normas regulamentadoras (NR) 15 e 17 tratam das atividades insalubres. Estas normas apresentam tabelas com os limites permitidos de exposição diária a diferentes níveis de ruído.

A Legislação Brasileira de Ruído atua em todos os campos da sociedade, fazendo com que seja de grande interesse das empresas, organizações, administrações públicas e até mesmo dos usuários comuns em controlar os níveis de ruído a que os indivíduos que compõem seus grupos produzem e são expostos.

O CAR neste contexto, especificamente aquele realizado em dutos, assume grande importância no desenvolvimento de sistemas de mitigação de ruído por se assemelhar a vários dos contextos das principais abordagens pertinentes, como os já citados dutos de sistemas de ventilação industriais e sistemas de exaustão veicular. Além disso, estes dutos compõem sistemas relativamente simples de reproduzir experimentalmente em laboratórios, o que permite, dentre outras coisas, maior confiabilidade na avaliação e desenvolvimento das técnicas de processamento de sinais e algoritmos de controle utilizados.

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1 Geral**

Com base no contexto descrito e incentivado pela motivação apresentada, este trabalho tem o seguinte objetivo geral:

- Simular um sistema de Controle Ativo de Ruído, baseado em algoritmos adaptativos, aplicado em dutos acústicos limitados à propagação de ondas planas.

#### **1.3.2 Específico**

Os objetivos específicos de estudo, por sua vez, são apresentados a seguir:

- Estudar um modelo analítico de um duto acústico com propagação de ondas planas no domínio do tempo;
- Estudar um modelo analítico de um duto acústico com propagação de ondas planas no domínio da frequência, bem como apresentar e avaliar formas de representações de dimensão finita das suas funções de transferência que possam viabilizar a implementação de um controlador;
- Estudar os algoritmos adaptativos *Least Mean Square (LMS)* e *Recursive Least Squares (RLS)*;

- Simular numericamente com o auxílio do *Matlab*<sup>®</sup> um sistema de Controle Ativo de Ruído monocanal através da implementação do algoritmo *Fx-NLMS* e *Fx-RLS* nas topologias *feedback*, *feedforward* e híbrida.
- Avaliar, no que diz respeito à taxa de convergência e erro residual, os algoritmos *LMS* e *RLS* nas diferentes topologias avaliadas;

## 2. CONTROLE ATIVO DE RUÍDO

Neste capítulo, a caracterização de ondas acústicas planas é feita assim como uma introdução básica ao princípio físico que viabiliza a neutralização da pressão acústica no duto. Uma diferenciação entre as possíveis configurações de topologias para sistemas CAR encontradas na literatura é apresentada. Por fim, apresentam-se os diagramas de controle do sistema, identificando-se quais comportamentos devem ser modelados a fim de possibilitar a aplicação da técnica de Controle Ativo de Ruído.

### 2.1. Características das ondas planas

O ruído é um distúrbio acústico e assim classificado como uma onda mecânica que produz variações de pressão no ar em torno da pressão atmosférica. Em um local aberto, o ruído tende a se propagar por todo o meio, sendo então considerado uma onda esférica (Lessa, 2010).

O caso em estudo, no entanto, que possui um duto como foco de trabalho, somente leva em consideração a propagação de ondas planas. Estas são caracterizadas por possuir como frente de onda planos paralelos de amplitude constante normais a sua direção de propagação (Kinsler et. al., 1999). A Fig. 2.1 ilustra o modo de propagação de ondas planas.

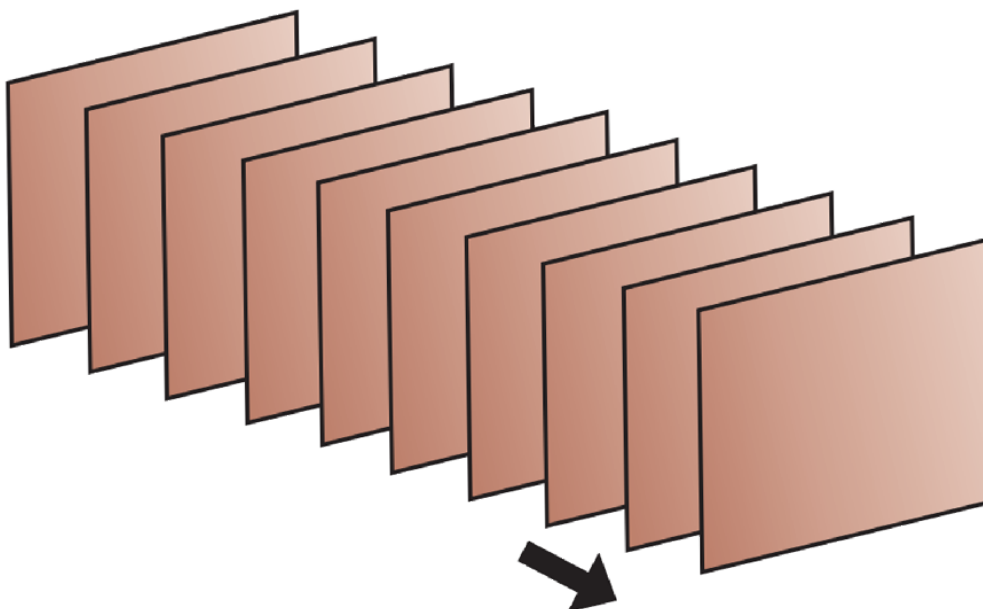


Figura 2.1 Forma de propagação de ondas sonoras planas

A consideração dessa característica é de suma importância em sistemas CAR, pois o mesmo é mais efetivo se aplicado a este tipo de onda (Delfino, 2005). Estudos focados no controle ativo de ruído de ondas que possuam modos de alta ordem comprovaram que resultados satisfatórios utilizando sistemas CAR monocanal dificilmente são alcançados (Zander & Hansen, 1992).

## 2.2. Princípio de funcionamento

A técnica de CAR em dutos utiliza-se do princípio da interferência destrutiva de ondas sonoras para cancelar o ruído indesejado, através da geração de uma onda sonora de controle com pressão acústica inversa (Somek et. al., 2001), como ilustra a Fig. 2.2.

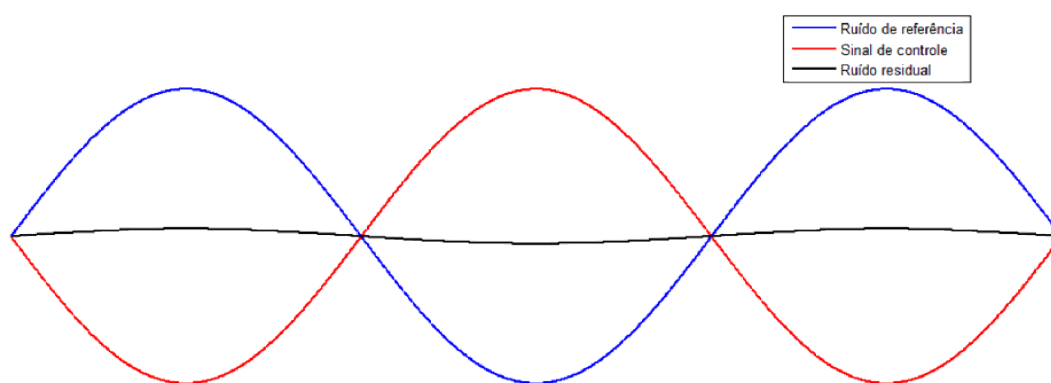


Figura 2.2 Ilustração do princípio da interferência destrutiva de ondas sonoras

Para tanto, um sistema de Controle Ativo de Ruído faz uso dos seguintes componentes (Nuñez, 2005):

- Sensores: Comumente microfones ou acelerômetros (a depender do tipo de referência que se deseja utilizar) são utilizados para identificar a forma de onda do ruído que se deseja cancelar e avaliar o nível de atenuação atingido pelo sistema;
- Planta: Ambiente acústico a ser controlado. Para este trabalho, ondas planas propagadas em um duto com extremidades fechada-aberta;
- Atuadores: Dispositivos eletroacústicos, através dos quais se modifica o campo acústico no interior do duto. Geralmente alto falantes;
- Controlador: Algoritmo computacional de controle implementado em um processador digital de sinais.

O microfone de referência é o sensor responsável por identificar o ruído presente no interior do duto. Este deve, através de um procedimento de condicionamento de sinais e conversão A/D (Analógica/Digital), fornecer ao controlador uma estimativa do sinal do ruído a ser mitigado.

O microfone de erro, através de um processo similar de adequação e conversão de sinais, é o elemento sensor que tem como objetivo fornecer ao controlador uma estimativa do erro do sistema. Logo, este microfone fornece uma amostra do ruído residual, resultante da interferência destrutiva entre as ondas acústicas produzidas pela fonte de ruído e pelo alto falante de controle. Esta estimativa pode ser então utilizada pelo controlador para verificação da eficiência do sistema ou para adaptação do algoritmo de controle.

O alto falante de controle é o dispositivo transdutor responsável por transformar o sinal elétrico proveniente do controlador, após ser convertido para o tipo analógico, em campo acústico no interior do duto.

O controlador, utilizando um algoritmo de controle, é responsável por analisar os sinais fornecidos pelos sensores e, possuindo conhecimento a respeito do modelo matemático que descreve a planta, gerar um sinal capaz de, quando aplicado nos atuadores, cancelar ou atenuar o ruído indesejado.

### **2.3. Classificação de sistemas de Controle Ativo de Ruído**

Os sistemas de Controle Ativo de Ruído podem ser divididos em dois grandes grupos: os controlados por sistemas em malha fechada (*feedback*) e os controlados por sistemas do tipo malha aberta (*feedforward*). Existem ainda sistemas de maior complexidade que utilizam de uma abordagem híbrida, através da implementação de sistemas que utilizam dos controles *feedback* e *feedforward* em conjunto (Akhtar & Mitsunashi, 2009).

Nesse contexto, os sistemas CAR podem ser caracterizados da seguinte maneira (Matsuo, 2012):

- Sistema CAR de topologia *feedback*, no qual o controlador gera o sinal de antirruído apenas com base na medida realizada pelo microfone de erro. É indicado para situações onde não é possível se obter um sinal de referência, tendo sido aplicado com sucesso em fones de ouvido (Sathler, 2009). Possui diagrama semelhante ao ilustrado na Fig. 2.3.



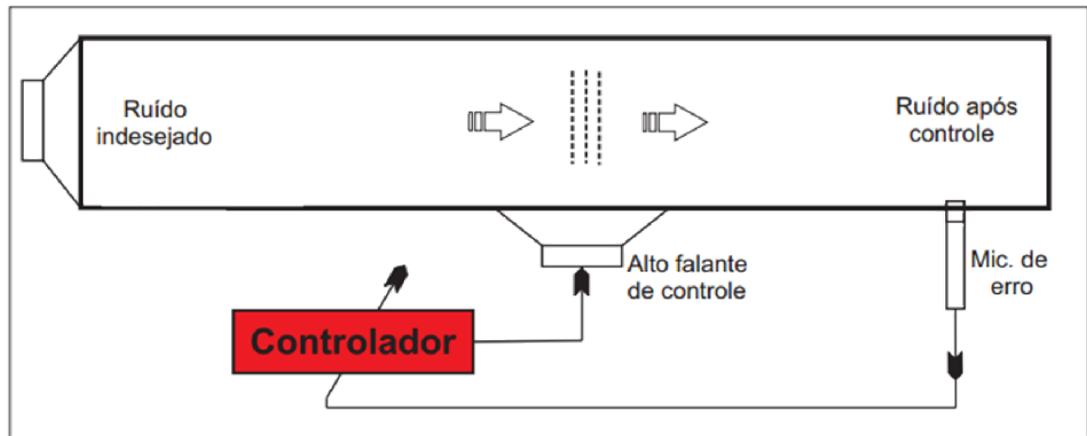


Figura 2.3. Diagrama de um sistema CAR do tipo *feedback*

- Sistema CAR de topologia *feedforward* (que se diferencia do controle por *feedback* por deter uma informação avançada a respeito da fonte primária de ruído) com referência não acústica, utiliza-se de acelerômetros, por exemplo, para adquirir o sinal de referência e de um microfone para identificar o sinal de erro. Geralmente aplicado na atenuação de ruídos gerados por vibrações mecânicas (como as emitidas por motores, geradores, entre outros equipamentos), possui diagrama como ilustrado na Fig. 2.4.

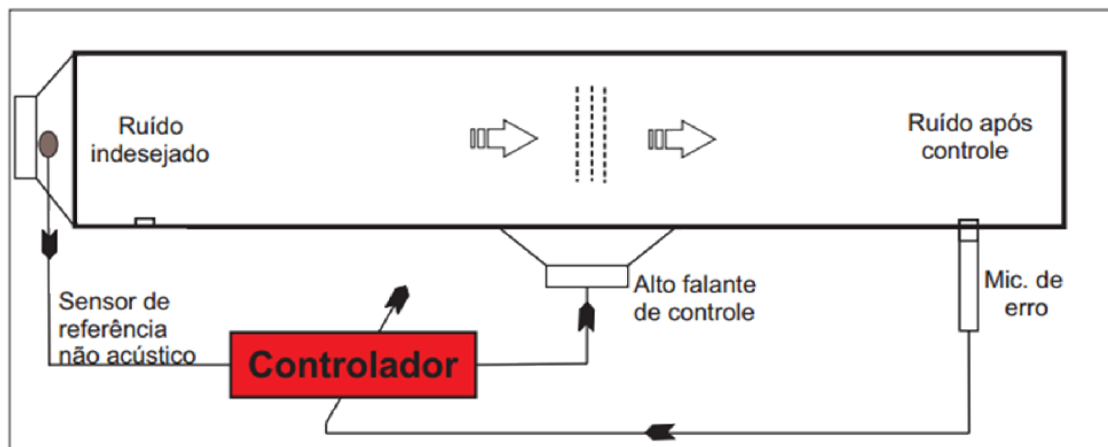


Figura 2.4. Diagrama de um sistema CAR do tipo *feedforward* com referência não acústica

- Sistema CAR de topologia *feedforward* com referência acústica, se assemelha à configuração *feedforward* de referência não acústica, exceto pelo fato de utilizar um microfone para adquirir um sinal de referência. Nesta topologia, ilustrada na Fig. 2.5., o sistema também faz

uso de um microfone para identificar o sinal de erro. É a abordagem mais utilizada quando se propõe a atenuação de ruídos de banda larga, podendo então ser aplicada a diversas situações, inclusive em dutos acústicos.

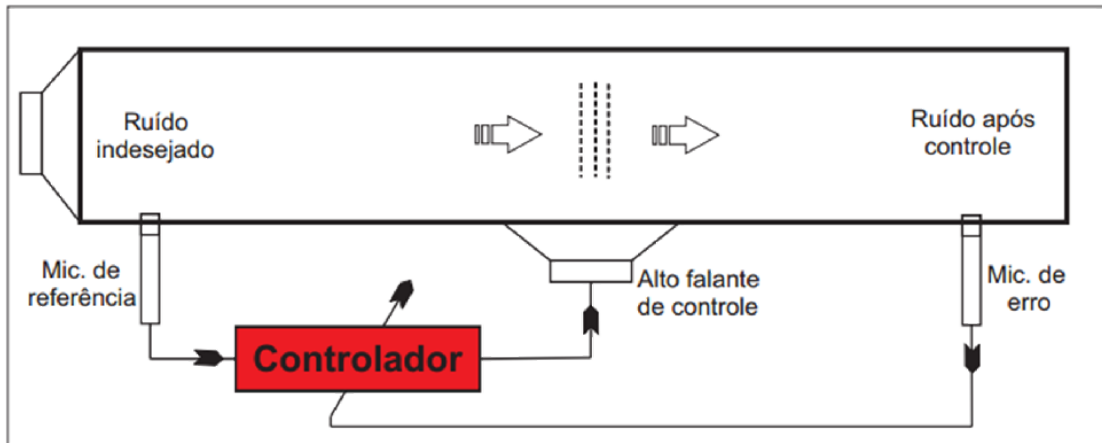


Figura 2.5 Diagrama de um sistema CAR do tipo *feedforward* com referência acústica

- Sistema CAR de topologia híbrida com referência acústica ou não acústica (de forma análoga à mostrada para a topologia *feedforward*, depende do tipo de sensor de referência utilizado), se caracteriza por fazer uso de um controlador do tipo *feedforward* e um do tipo *feedback* para gerar o sinal de controle que é aplicado ao atuador de controle. A Figura 2.6 ilustra a configuração desta topologia.

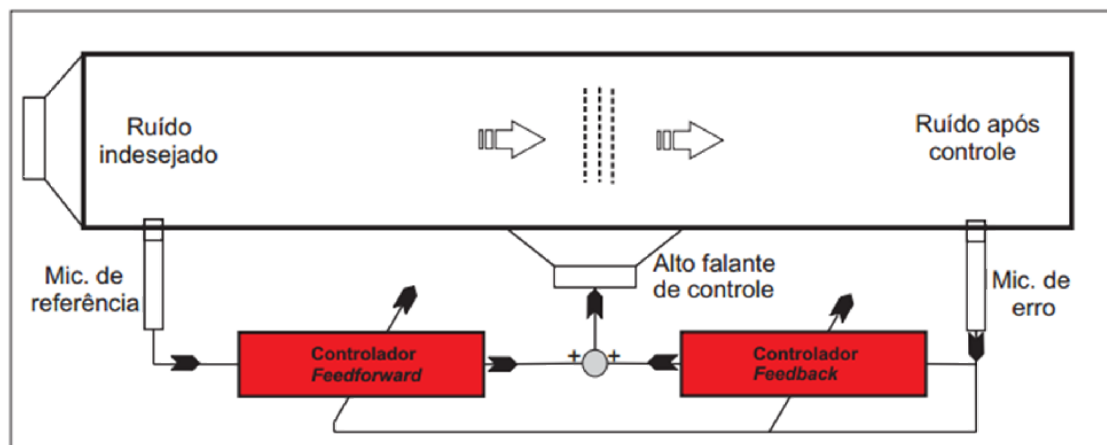


Figura 2.6 Diagrama de um sistema CAR do tipo híbrido com referência acústica

Neste trabalho, um enfoque foi dado tanto ao controle de ruído utilizando as topologias do tipo *feedforward* e *feedback* por se tratarem das abordagens mais comuns, além de abranger um amplo contexto de aplicações (atenuação de ruídos de banda larga e banda estreita, havendo ou não disponibilidade de sinal de referência) (Nuñez, 2005). Além disso, a topologia do tipo híbrida será investigada a fim de responder em quais situações a sua aplicação fornece um ganho de performance ao sistema.

#### 2.4. Diagrama de um sistema de Controle Ativo de Ruído – *Feedforward*, *Feedback* e Híbrido

Assim como em qualquer aplicação de controle, a implementação de sistema CAR requer o conhecimento de um modelo matemático que caracterize o sistema (propagação de ondas planas em duto acústico). Neste caso, o modelo necessário compreende as funções de transferências que relacionam o microfone de erro e a fonte do ruído indesejado (sensor de referência), chamado também de Caminho Primário e identificado por  $P$ , e a função de transferência que relaciona o alto falante de controle e o microfone de erro, chamado também de Caminho Secundário e identificado por  $S$ . A Fig. 2.7 posiciona as funções de transferências dos caminhos primário e secundário no duto acústico de trabalho.

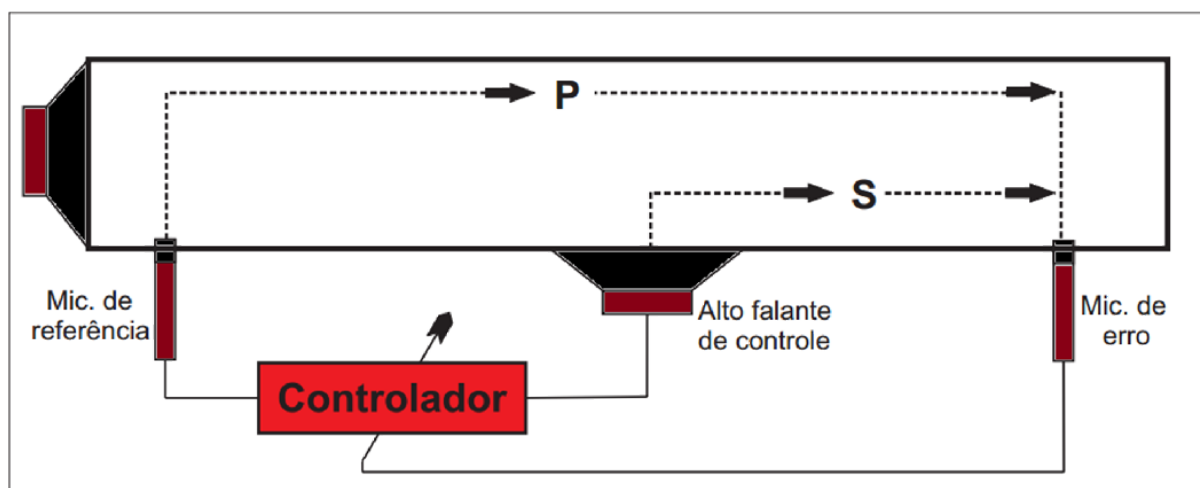


Figura 2.7 Identificação das funções de transferência dos caminhos primários e secundários

Ratifica-se que a inserção do alto falante de controle no sistema adiciona uma terceira função de transferência que relaciona o alto falante de controle e o sensor de referência (quando este for um sensor do tipo acústico, por exemplo, um

microfone), chamada comumente na literatura de caminho de realimentação. Esta influência que o alto falante de controle exerce no sinal adquirido pelo microfone de referência pode, em determinados casos, tornar o sistema instável, pois pode corromper o sinal obtido no microfone (Capdevila et. al., 2001).

O presente trabalho, quando tratar de sistemas de CAR implementados em topologia *feedforward* ou híbrida, irá considerar a utilização de um sensor de referência não acústico (um acelerômetro, por exemplo), conforme ilustra a Fig. 2.4. Desta forma, o efeito do caminho de realimentação, que exige abordagens de maior complexidade nos algoritmos de controle, não exigirá tratamento.

Conhecendo as funções de transferência que caracterizam o sistema, os diagramas de controle do sistema CAR podem ser construídos. A Fig. 2.8 ilustra o diagrama de blocos de um sistema CAR do tipo *feedforward*, enquanto que as Figs. 2.9 e 2.10 representam os diagramas de blocos de um sistema CAR do tipo *feedback* e do tipo híbrido, respectivamente.

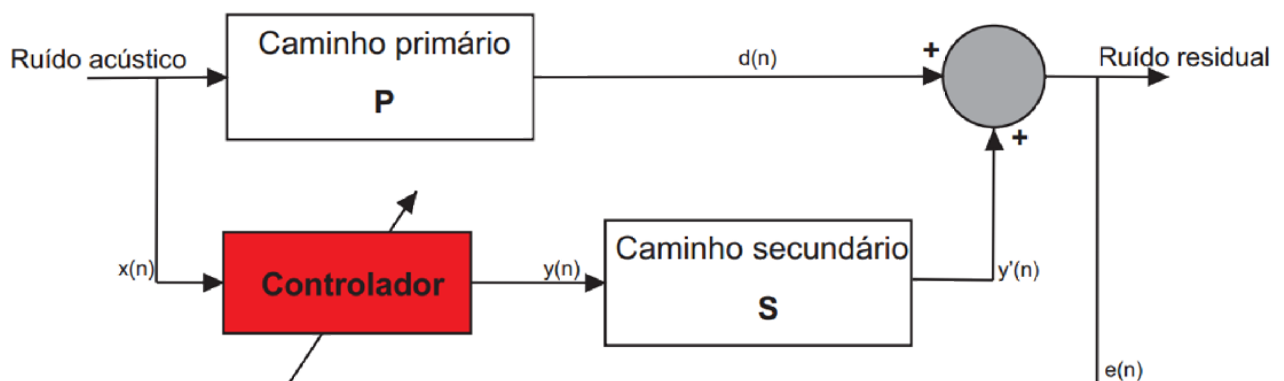


Figura 2.8 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo *feedforward*

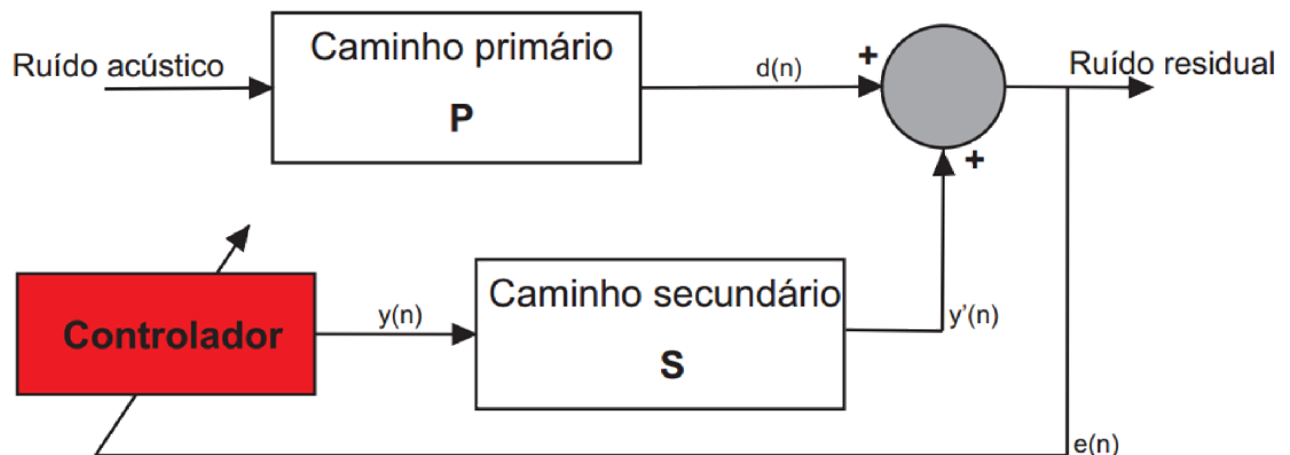


Figura 2.9 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo *feedback*

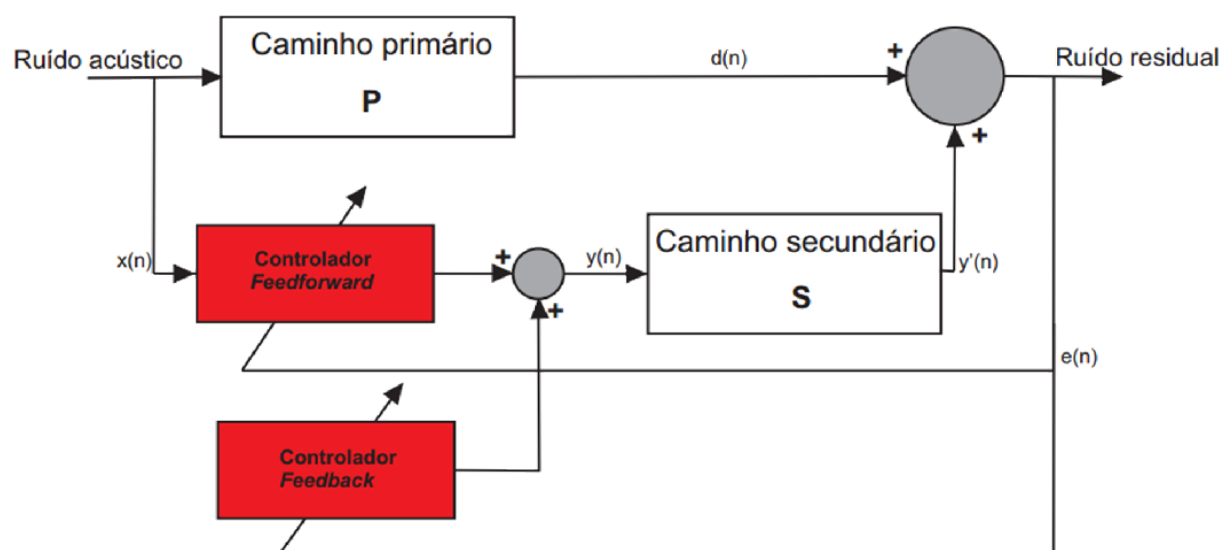


Figura 2.10 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo híbrido

### 3. MODELAGEM ANALÍTICA DO DUTO ACÚSTICO

O modelo matemático quantitativo que descreve as funções características dos caminhos Primário e Secundário pode ser obtido de diversas maneiras, divididas principalmente entre as modelagens *online* e *off-line*.

A modelagem *online* compreende as técnicas que, durante a atividade do sistema CAR, modela ou atualiza determinado modelo do Caminho Primário ou Secundário. Este tipo de ferramenta se faz necessária em aplicações onde o modelo obtido é de característica variante no tempo.

Este trabalho, no entanto, visa à aplicação da técnica de CAR em um duto acústico modelado por um sistema linear, invariante no tempo, e de condições de contorno fechado na extremidade esquerda (onde se posiciona um alto falante utilizado para gerar um ruído primário) e aberto na extremidade direita (situação semelhante a dutos de sistemas de ventilação industrial e dutos de sistemas de exaustão automotiva). O duto hipotético modelado possui comprimento  $L = 3.6$  m, um alto falante de controle na posição  $X_a = 1.5$  m e um microfone de erro na posição  $X_m = 1.8$  m, como ilustra a figura Fig. 3.1.

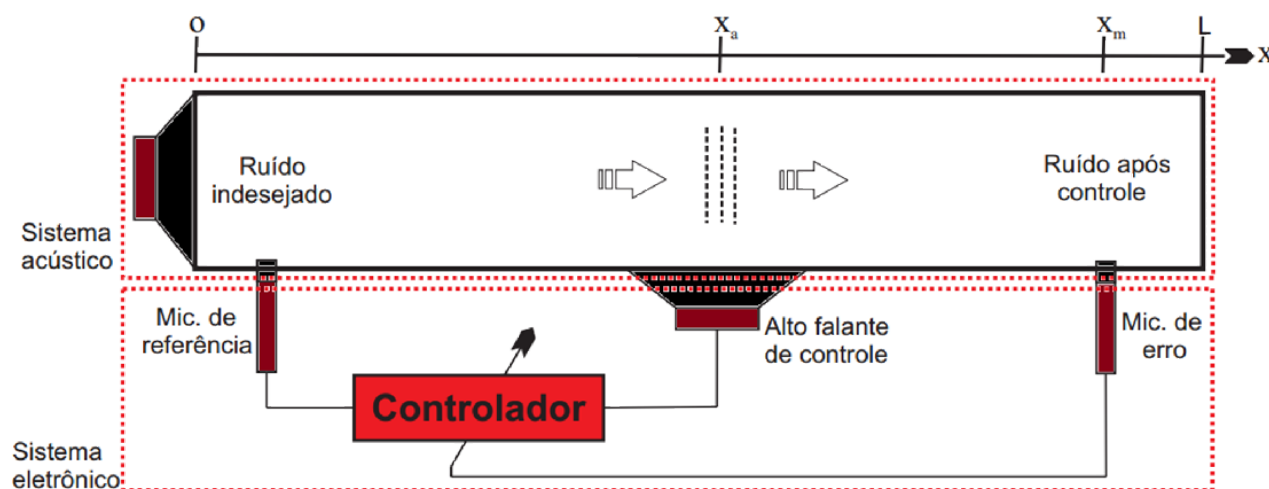


Figura 3.1. Duto hipotético modelado

Neste capítulo será estudado um modelo para o duto no domínio do tempo, bem como um modelo no domínio da frequência. Ambos são desenvolvidos sobre as equações da acústica que caracterizam a propagação de ondas planas em dutos.

### 3.1. Modelo do duto acústico no domínio do tempo

A modelagem no domínio do tempo tem como objetivo fornecer equações capazes de produzir um conhecimento da distribuição da pressão acústica em cada ponto do interior do duto em um determinado instante, quando sujeito a uma excitação (fonte de ruído).

O modelo do duto no domínio do tempo possui papel fundamental no desenvolvimento de sistemas CAR por viabilizar uma melhor análise de determinados aspectos como, por exemplo, as posições dos sensores e atuadores, se comparado a modelos no domínio da frequência.

Para o desenvolvimento das equações, considerou-se o duto como ilustrado na Fig. 3.2 onde a fonte de ruído está situada na seção transversal do duto localizada na coordenada  $z = 0$ . Este possui a terminação a sua esquerda fechada (onde se situa a fonte de ruído  $P$ ), a da sua direita aberta e hipoteticamente anecóica (toda a energia incidente é transmitida para o exterior do sistema) de forma que não são consideradas ondas sonoras refletidas.

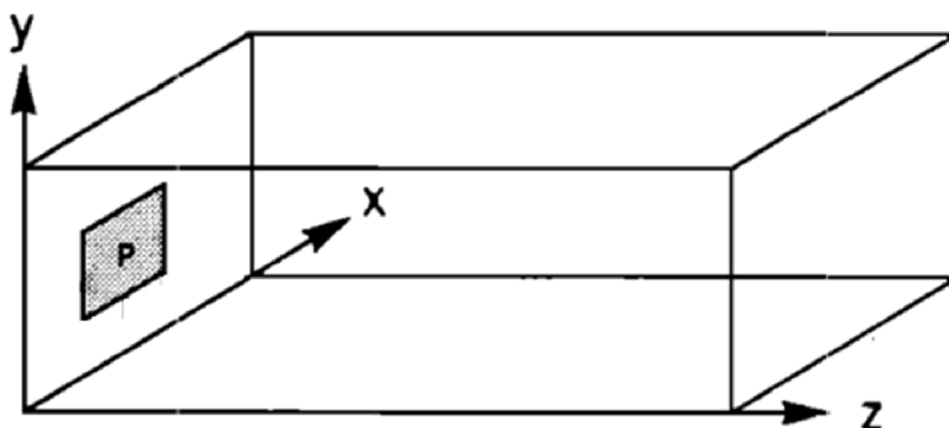


Figura 3.2. Representação do tubo modelado e da fonte geradora de ruído  $P$  (adaptado de Zander & Hansen, 1992)

Considerou-se ainda que o fluido não possui variação de pressão e densidade consideráveis ao longo do duto, sendo consideradas constantes. Assume-se também que a temperatura ao longo do duto não sofre alteração.

Salienta-se que o modelo construído destina-se a análise de ondas planas. Logo, limita-se a frequência de excitação do sistema a frequência de corte do duto, que, para o caso do duto de seção retangular mostrado na Fig. 3.2 é dada pela Eq. (3.1)(Zander & Hansen, 1992).

$$f_c \leq \frac{c_0}{2 \cdot \gamma}, \quad (3.1)$$

onde  $c_0$  é a velocidade do som no fluido em m/s e  $\gamma$  é a menor das dimensões da seção transversal do duto.

A modelagem é construída a partir da função de Green para um duto infinito e visa relacionar a velocidade de volume da fonte sonora com o campo de pressão resultante no interior do duto. Esta função, que relaciona a pressão acústica e velocidade da partícula em qualquer posição do duto é dada por pela Eq. (3.2) (Nunes, 2009).

$$G(x, x_0, \omega) = \frac{-j}{S} \sum_m \sum_n \frac{\Psi_{mn}(x, y) \Psi_{mn}(x_0, y_0)}{\Lambda_{mn} k_{mn}} e^{-jk_{mn}|z-z_0|}, \quad (3.2)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular de excitação,  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  são as coordenadas da localização da fonte,  $x$ ,  $y$  e  $z$  é uma localização arbitrária no duto e  $j$  é a unidade imaginária. O termo  $S$  representa a área de seção transversal do duto,  $k_{mn}$  é o número de onda modal,  $\Psi_{mn}$  é a função de forma modal ou função característica do duto e  $\Lambda_{mn}$  é o fator de normalização modal. O termo  $e^{j\omega t}$  que introduz a variação no tempo é omitido para simplificar as equações.

Para um tubo de seção retangular a função modal é dada por:

$$\Psi_{mn}(x, y) = \cos\left(\frac{m\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{d}\right), \quad (3.3)$$

onde  $m$  e  $n$  são os índices modais e  $b$  e  $d$  são as dimensões da seção transversal do duto.

O fator de normalização modal do modo  $(m, n)$  é definido por:

$$\Lambda_{mn} = \frac{1}{S} \int_S \Psi_{mn}^2 dS. \quad (3.4)$$

O número de ondas modal  $(m, n)$  por sua vez vale:

$$k_{mn} = \sqrt{\left[\frac{\omega}{c_0}\right]^2 - \left[\frac{\pi m}{b}\right]^2 - \left[\frac{\pi n}{d}\right]^2}, \quad (3.5)$$

onde  $c_0$  é a velocidade do som no fluido em m/s.



Como citado anteriormente, limita-se a excitação do duto apenas a ondas sonoras de frequências que garantam a propagação somente de ondas planas (então,  $m = 0$  e  $n = 0$ ). Desse modo, a função de Green para um tubo infinito, Eq. (3.6), pode ser simplificada para:

$$G(z, z_0, \omega) = \frac{-j}{Sk} e^{-jk_{mn}|z-z_0|}, \quad (3.6)$$

onde  $k$  é o número de ondas definido por:  $k = \frac{\omega}{c_0}$ .

A função de Green simplificada, (Eq. (3.6)), pode então ser utilizada para encontrar a amplitude complexa da pressão,  $p(z)$ :

$$p(z) = j\rho_0 c_0 k \int_S u(x_0) G(x, x_0, \omega) dx_0, \quad (3.7)$$

onde  $u(x_0)$  é a amplitude complexa da velocidade da partícula na posição  $x_0, y_0$  e  $z_0$  na face da fonte,  $\rho_0$  é a densidade do fluido em  $\text{kg/m}^3$ , e  $S$  é a área de seção transversal do duto.

Finalmente, assumindo que o centro da fonte de ruído está localizado em  $(x_p, y_p, 0)$  na seção transversal do duto, pode-se substituir a Eq. (3.6) na Eq. (3.7) para encontrar um modelo para o campo sonoro gerado pela fonte de ruído em termos de sua velocidade de volume ( $Q_p$ , em  $\text{m}^3/\text{s}$ ) caracterizado por:

$$p(z) = \frac{\rho_0 c_0}{S} Q_p e^{-jkz}. \quad (3.8)$$

A Fig. 3.3 representa a distribuição do campo sonoro dentro do duto para uma simulação numérica realizada sobre o modelo descrito na Eq. (3.8) em ambiente *Matlab*®. Utilizaram-se como parâmetros a densidade do fluido (ar) igual a  $1,21 \text{ kg/m}^3$  e velocidade do som igual a  $343 \text{ m/s}$ . A configuração do duto é dada por uma seção transversal igual a  $b \times d = 0,15\text{m} \times 0,15\text{m}$ . A velocidade de volume utilizada,  $Q_p$ , da fonte de ruído, foi de  $10 + 10j \text{ m}^3/\text{s}$ . Para a excitação do duto utilizou-se uma senóide de frequência igual a  $400 \text{ Hz}$ .

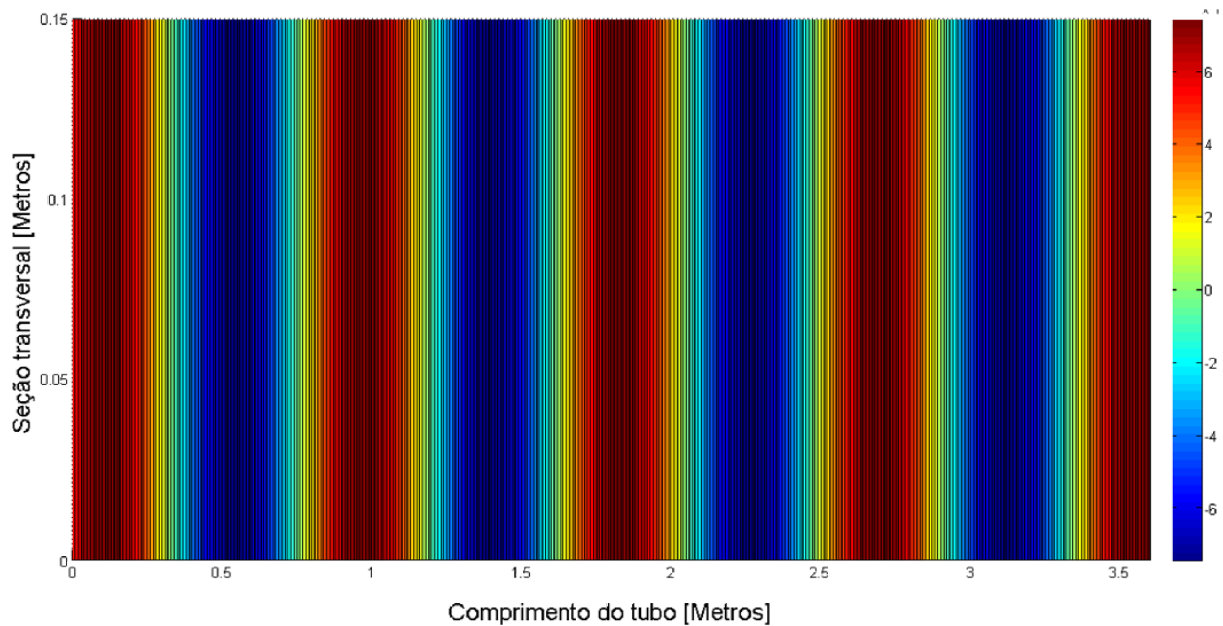


Figura 3.3. Distribuição do campo sonoro dentro do duto

Quando for possível obter algum conhecimento a respeito do ruído de excitação do duto, uma simulação numérica do modelo do duto no domínio do tempo pode embasar a escolha da posição dos sensores e atuadores do sistema de controle, de forma a incrementar o desempenho do controlador desenvolvido.

Conhecendo o comportamento da propagação das ondas sonoras dentro do tubo em função da fonte de ruído, deve-se evitar, por exemplo, posicionar os microfones de referência e de erro em pontos de pressão sonora nula. Caso contrário, o sistema identificaria, respectivamente, que nenhum ruído está sendo inserido no duto ou que o controle de ruído já está sendo realizado de forma ideal.

### 3.2. Modelo do duto acústico no domínio da frequência - dimensão infinita

O modelamento matemático no domínio do tempo é de grande importância no desenvolvimento de sistemas CAR, como mostrado no tópico anterior. No entanto, é no domínio da frequência que se concentram as grandes ferramentas estudadas pela tecnologia de Sistemas de Controle.

A modelagem analítica do duto deve ser feita também de modo a proporcionar o conhecimento das funções de transferência que caracterizam o meio o qual se deseja controlar. Em um sistema CAR em dutos, essas funções de transferência se resumem àquelas que caracterizam o efeito da fonte de ruído no sensor de erro (P), e o efeito do alto falante de controle no microfone de erro (S), conforme ilustra a Fig. 3.4.

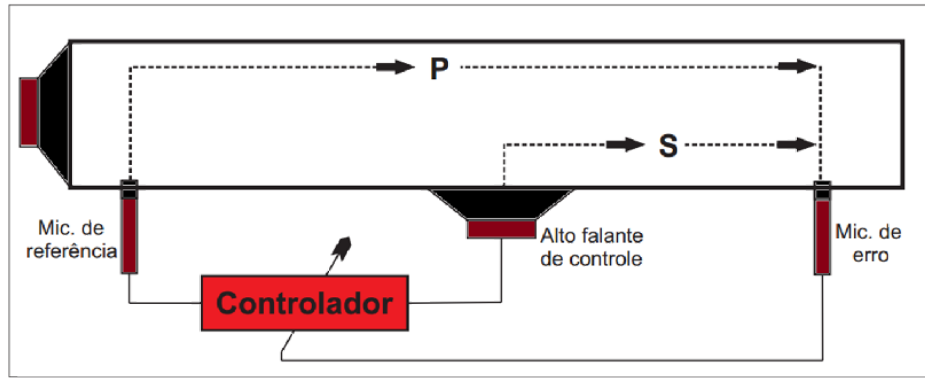


Figura 3.4. identificação das funções de transferencias

O modelo analítico adotado neste trabalho foi desenvolvido e publicado por Pota e Kelkar (2001), onde os autores apresentam modelos matemáticos de dutos acústicos de uma dimensão com diversas condições de contorno validados através de resultados experimentais em bancadas de laboratório.

Outros modelos para dutos acústicos com diferentes características estão presentes na literatura. O aqui representado, porém, é unidimensional e invariante no tempo, atendendo aos objetivos do trabalho. Além disso, se mostra bastante difundido e validado em trabalhos voltados a Controle Ativo de Ruído, fornecendo boa confiabilidade na representação do sistema (Zimmer et. al., 2003).

Este modelo é desenvolvido sobre as equações fundamentais da onda acústica plana: a Equação de Estado, a Equação da Continuidade e a Equação de Euler.

A Equação de Estado, para meios fluidos, deve relacionar três grandezas físicas: pressão total, densidade e temperatura absoluta (Kinsler et al, 1999). Para um processo adiabático (hipótese considerada), no entanto, a Equação de Estado se reduz a:

$$P - P_0 = p = \beta \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} = \beta s, \quad (3.9)$$

onde  $p$  é a pressão acústica, definida pela diferença entre a pressão instantânea  $P$  e a pressão de equilíbrio no fluido  $P_0$ ,  $\beta$  é o módulo volumétrico adiabático, constante determinada experimentalmente,  $\rho$  é a densidade instantânea e  $\rho_0$  a densidade de equilíbrio. Portanto,  $(\rho - \rho_0)$  é a variação da densidade e  $s$  é a taxa de variação de

densidade do fluido, também conhecida como taxa de condensação. Uma restrição essencial dessa equação é que a condensação seja muito menor que um.

O passo seguinte é encontrar uma relação entre a velocidade da partícula do fluido,  $\vec{v}$  e a densidade instantânea  $\rho$ , obtida através da equação da continuidade. Esta tem como objetivo conectar o movimento relacionado com o fluido e os fenômenos de compressão ou expansão observados na prática.

A Equação da Continuidade a qual estamos tratando não é linear em sua essência. Contudo, esta pode ser linearizada considerando-se  $s$  infinitesimal, e  $\rho_0$  constante ao longo do duto, fornecendo (Kinsler et al., 1999):

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (3.10)$$

que é conhecida como a Equação Linearizada da Continuidade.

Finalmente, a Equação de Euler (Kinsler et al., 1999),

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla p \quad (3.11)$$

pode ser utilizada para relacionar a pressão acústica  $p$  com a velocidade instantânea  $\vec{v}$ . Esta equação é obtida a partir da aplicação da Segunda lei de Newton aplicada em um volume infinitesimal do fluido, e desconsidera efeitos da viscosidade do mesmo.

As Eqs. (3.9), (3.10) e (3.11) podem ser combinadas para fornecer agora uma equação diferencial com uma única variável dependente, o campo de pressão interno do duto. A equação resultante é a Equação Homogênea da Onda Linearizada em termos da pressão acústica (Soares, 1997):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \cdot \nabla^2 p = 0, \quad (3.12)$$

onde  $c$  é a velocidade de propagação da onda acústica.

A Eq. (3.12) apesar de descrever a propagação das ondas acústicas dentro do duto, não leva em consideração os atuadores (alto falantes) de ruído e de controle. O alto falante de ruído, que excitará o duto, é inserido no modelo como uma condição de contorno. Já o alto falante de controle ocasiona uma “injeção” de massa no sistema, que na Equação Homogênea da Onda Linearizada se traduz

matematicamente em um termo não homogêneo. Desta forma, o modelo matemático do duto pode ser expresso por (Nelson & Elliott, 1992):

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial^2 x} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} = \rho_0 a_{x_a}(t) \delta(x - x_a), \quad (3.13)$$

onde  $x$  é o deslocamento da partícula,  $t$  é a variável no tempo,  $p(x, t)$  é a pressão acústica,  $a_{x_a}$  é a aceleração da partícula provocada por uma fonte externa acústica posicionada em  $x = x_a$ ,  $c$  é a velocidade de propagação do som,  $\rho_0$  é a densidade específica do meio e  $\delta(x)$  é a função delta de Dirac.

Aplicando-se da transformada de Laplace na Eq. (3.13), e definindo  $\beta \cong \frac{s}{c^2}$ , onde  $s$  é a variável de Laplace, obtém-se

$$P''(x, s) - \beta^2 \cdot P(x, s) = \rho_0 \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a), \quad (3.14)$$

onde  $s \cdot V_{x_a}(s) = \mathcal{L}\{a_{x_a}(t)\}$

A Equação (3.14) pode ser escrita na forma de variáveis de estado, passando a apresentar a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} P'(x, s) \\ P''(x, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(x, s) \\ P'(x, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \rho_0 \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a). \quad (3.15)$$

Definindo  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta^2 & 0 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ , tem-se:

$$\begin{bmatrix} P'(x, s) \\ P''(x, s) \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} P(x, s) \\ P'(x, s) \end{bmatrix} + B \cdot \rho_0 \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a). \quad (3.16)$$

A solução desta equação é dada por:

$$\begin{bmatrix} P(x, s) \\ P'(x, s) \end{bmatrix} = e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0, s) \\ P'(0, s) \end{bmatrix} + \int_0^x e^{A(x-\lambda)} B \cdot \rho_0 \cdot s \cdot V_{x_a}(s) \cdot \delta(x - x_a) \cdot d\lambda. \quad (3.17)$$

O cálculo de  $e^{Ax}$  é realizado sabendo-se que (Ogata, 2010):

$$e^{Ax} = \mathcal{L}^{-1}\{[\alpha \cdot I - A]^{-1}\}, \quad (3.18)$$

onde  $\alpha$  representa a variável de Laplace e  $x$  representa a “variável no tempo”. Assim:

$$e^{Ax} = \begin{bmatrix} \cosh \beta x & \frac{\sinh \beta x}{\beta} \\ \beta \sinh \beta x & \cosh \beta x \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Substituindo a Eq. (3.19) em (3.17) tem-se:

$$\begin{bmatrix} P(x, s) \\ P'(x, s) \end{bmatrix} = \begin{cases} e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0, s) \\ P'(0, s) \end{bmatrix} & x \leq x_a \\ e^{Ax} \begin{bmatrix} P(0, s) \\ P'(0, s) \end{bmatrix} + e^{A(x-x_a)} B \cdot \rho_0 \cdot s \cdot V_{x_a}(s) & x > x_a \end{cases} \quad (3.20)$$

Para a posição  $x = L$  (extremidade do duto), a Eq. (3.20) tem como solução:

$$\begin{bmatrix} P(L, s) \\ P'(L, s) \end{bmatrix} = e^{AL} \begin{bmatrix} P(0, s) \\ P'(0, s) \end{bmatrix} + e^{A(L-x_a)} B \cdot \rho_0 \cdot s \cdot V_{x_a}(s). \quad (3.21)$$

Na Eq. (3.21), existem quatro incógnitas: as condições de contorno,  $P(0, s)$ ,  $P'(0, s)$ ,  $P(L, s)$  e  $P'(L, s)$ . A própria formulação do problema fornece duas dessas condições de contorno, uma em cada terminação do duto. Essas duas condições de contorno, juntamente com a Eq. (3.21) podem ser resolvidas para fornecer as outras duas incógnitas restantes. Uma vez que todas essas incógnitas são descobertas, a Eq. (3.20) pode ser utilizada para fornecer a pressão  $P(x, s)$  em qualquer ponto do duto.

Ratifica-se que, visando à montagem experimental do sistema, tanto a fonte de ruído primário quanto o atuador do sistema são considerados alto falantes, que providenciam a aceleração das partículas a partir do movimento do cone que os compõe. Esta aceleração é tomada como entrada de perturbação para o duto acústico e assim, por conveniência, pode ser definida por  $Q_b \equiv s \cdot V_{x_a}(s)$  (Pota & Kelkar, 2001).

No contexto estipulado, as condições de contorno são as mostradas na Eq. (3.22) (Nuñez, 2005). Estas caracterizam a pressão nula na extremidade aberta (direita), e o efeito de um alto falante gerador de ruído que excitará o duto na extremidade esquerda.

$$P(L, s) = 0 \text{ e } Q_a(s) = s \cdot V(0, s). \quad (3.22)$$

As condições mostradas na Eq. (3.22) juntamente com a Eq. (3.21) são utilizadas para se obter as incógnitas. De posse delas, a Eq. (3.20) é resolvida para

fornece o modelo do duto de terminação aberta mostrado na Eq. (3.23), onde  $Q_a(s)$  e  $Q_b(s)$  representam os alto falantes de ruído e de controle, respectivamente.

$$P(x_m, s) = \begin{cases} \rho_0 \frac{Q_a(s) \cdot \sinh \beta(L - x_m) + Q_b(s) \cdot \sinh(L - x_a) \cdot \cosh(\beta x_m)}{\beta \cosh(\beta L)}, & x_m \leq x_a \\ \rho_0 \frac{\sinh \beta(L - x_m)}{\beta \cosh(\beta L)} [Q_a(s) + Q_b(s) \cdot \cosh(\beta x_a)] , & x_m > x_a \end{cases} \quad (3.23)$$

Do modelo descrito pela Eq. (3.23) pode-se chegar às funções de transferência necessárias à implementação do sistema de Controle de Ativo de Ruído. A função de transferência do caminho primário pode ser obtida fazendo  $Q_b(s) = 0$ , ou seja, desativando o alto falante de controle. Substituindo-se  $\beta \cong \frac{s}{c}$  o resultado obtido é:

$$\frac{P(x_m, s)}{Q_a(s)} = \frac{\rho_0 \cdot c_0 \cdot \sinh \left[ \frac{s \cdot (L - x_m)}{c_0} \right]}{s \cdot \cosh \left( \frac{s \cdot L}{c_0} \right)}. \quad (3.24)$$

A função de transferência do caminho secundário, por outro lado, deve ser encontrada fazendo-se  $Q_a(s) = 0$ , ou seja, isolando o duto de qualquer excitação causada pela fonte de ruído. Fazendo a substituição  $\beta \cong \frac{s}{c}$  o resultado obtido é:

$$\frac{P(x_m, s)}{Q_b(s)} = \rho_0 \cdot c_0 \frac{\sinh \left[ \frac{s \cdot (L - x_m)}{c_0} \right] \cdot \cosh \left[ \frac{s \cdot x_a}{c_0} \right]}{s \cdot \cosh \left( \frac{s \cdot L}{c_0} \right)}, \quad x_m > x_a. \quad (3.25)$$

O modelo descrito pelas Eqs. (3.24) e (3.25) são chamados de modelos de dimensão infinita devido ao fato de suas funções de transferência possuírem infinitos polos e zeros.

As funções de transferência foram simuladas em ambiente *Matlab*® utilizando-se como parâmetros: comprimento do duto  $L = 3.6 \text{ m}$ , densidade  $\rho_0$  do ar igual a  $1.21 \text{ Kg/m}^3$  e a velocidade da onda sonora  $c_0$  igual a  $343 \text{ m/s}$ . A posição do microfone utilizada foi de  $x_m = 1.8 \text{ m}$ .

A Figura 3.4 representa a resposta em magnitude da função de transferência do caminho primário.

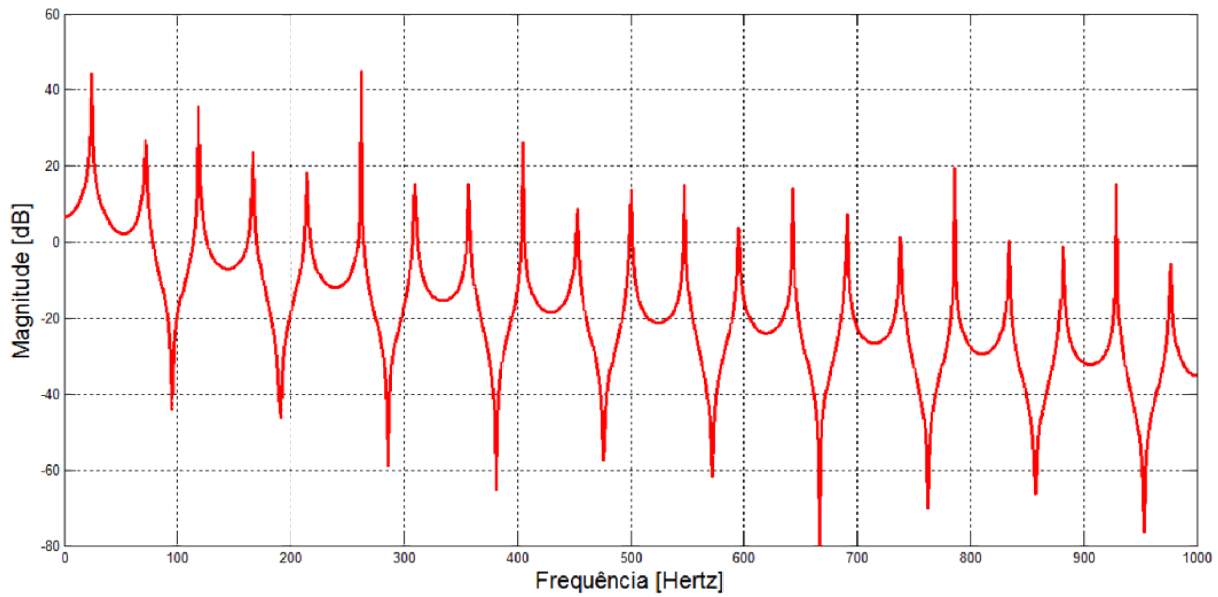


Figura 3.4. Resposta em magnitude da função de transferência do caminho primário

A Fig. 3.5 representa a resposta em magnitude da função de transferência do caminho secundário. Está foi simulada em ambiente *Matlab*® utilizando como parâmetros a posição do alto falante de controle  $x_a = 1.5\text{ m}$  e a posição do microfone  $x_m = 1.8\text{ m}$ .

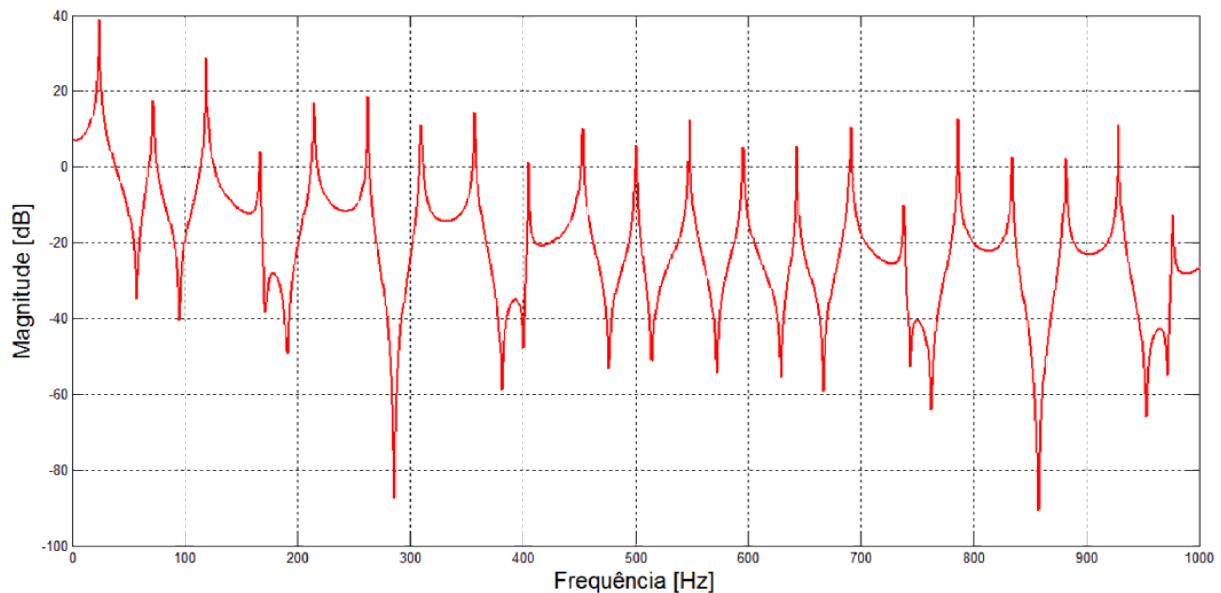


Figura 3.5. Resposta em magnitude da função de transferência do caminho secundário

### 3.3. Modelo do duto acústico no domínio da frequência - dimensão finita

O modelo representado pelas equações Eqs. (3.24) e (3.25) apesar de cumprirem com o seu papel no que diz respeito à descrição das relações de



transferência necessárias ao desenvolvimento de sistemas CAR não se mostram adequadas, quando se pensa na implementação de controladores (que requerem modelos de dimensão finita), por possuírem infinitos polos e zeros (dimensão infinita).

A seguir, alternativas de representação finita para o modelo apresentado serão apresentadas visando à implementação de sistemas CAR em dutos.

### 3.3.1. Expansão por series de Maclaurin

Uma das técnicas utilizadas para se obter um modelo de dimensão finita a partir de um modelo de dimensão infinita é a expansão por series de Maclaurin (Pota & Kelkar, 2001)(Nuñez, 2005), que é definida por:

$$F(s) = \frac{s^p}{p!} \cdot \frac{d^p F(0)}{ds^p} \cdot \prod_{n=2}^{\infty} \left[ 1 + \frac{s}{s_n^2} \right], \quad (3.26)$$

onde:

- $\pm js$  são as raízes de  $F(s)$ ;
- $p$  é tal que  $\frac{d^p F(0)}{ds^p}$  é o primeiro termo diferente de zero para  $p = 0, 1 \dots$ ;
- $\sinh \left[ \frac{s \cdot (L - x_m)}{c_0} \right]$  tem raízes  $s_n = \pm j \frac{n \cdot \pi \cdot c_0}{L - x_m}$ , para  $n = 1, 2 \dots$  e  $p = 1$ ;
- $\cosh \left( \frac{s \cdot L}{c_0} \right)$  tem raízes  $s_n = \pm j \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_0}{2 \cdot L}$ , para  $n = 1, 2 \dots$  e  $p = 0$ .

Segundo essa formulação, a função de transferência do caminho primário pode ser aproximada pela Eq. 3.27.

$$\frac{P(x_m, s)}{Q_a(s)} = \rho_0 \cdot (L - x_m) \cdot \prod_{n=1}^N \left[ \frac{1 + \frac{s^2}{w_n^2}}{1 + \frac{s^2}{\Omega_n^2}} \right], \quad (3.27)$$

onde  $w_n = \frac{n \cdot \pi \cdot c_0}{L - x_m}$ ,  $\Omega_n = \frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi \cdot c_0}{2 \cdot L}$ , e  $N$  é o número da série.

A Figura 3.6 apresenta a resposta de magnitude em função da frequência da Eq. (3.27) para  $N = 25$ ,  $N = 250$  e a resposta do modelo de dimensão infinita, correspondentes ao caminho primário. Em azul, está representado o modelo de dimensão infinita. Em vermelho está representada a aproximação por series de Maclaurin para  $N = 25$ . Já em verde está representada a aproximação por series de Maclaurin para  $N = 250$ .

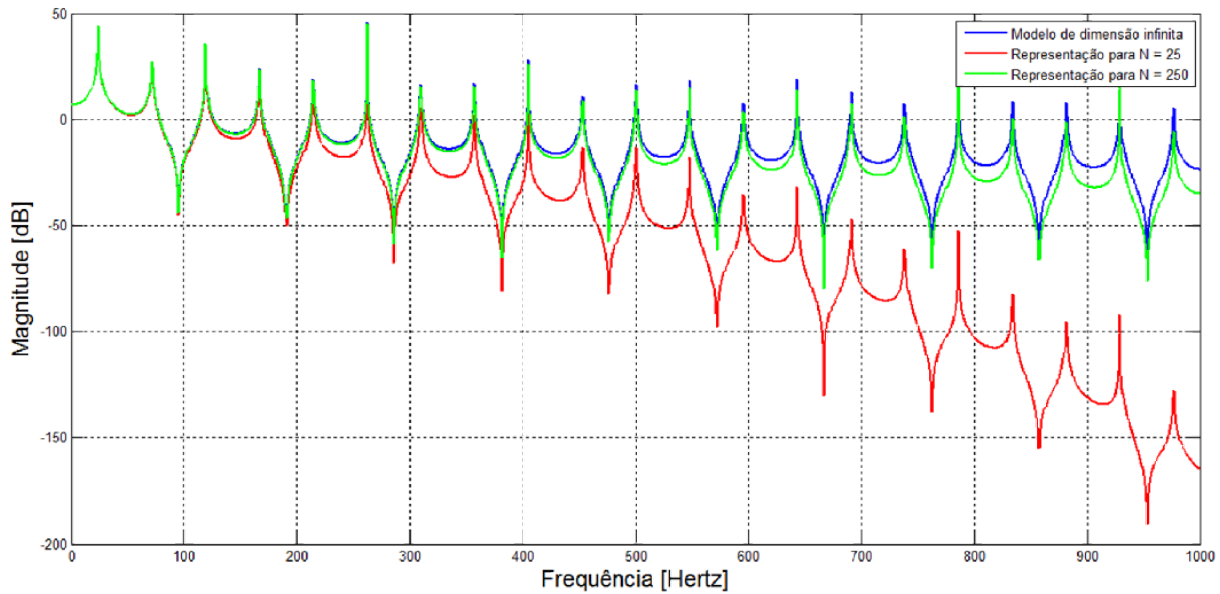


Figura 3.6 Resposta em frequência do modelo de dimensão infinita (azul), e do modelo de dimensão finita para  $N = 25$  (vermelho) e  $N = 250$  (verde)

Fica evidente que, somente para um custo computacional muito alto a expansão por series de Maclaurin começa a fornecer uma aproximação satisfatória. Para valores mais baixos de  $N$  e para frequências mais altas, a aproximação diverge consideravelmente. Sendo assim, é clara a necessidade de outra ferramenta que aproxime melhor o modelo de dimensão infinita.

### 3.3.2. Representação Modal

Uma alternativa a representação por Series de Maclaurin é Representação Modal. Esta possibilita a representação das funções de transferência de dimensão infinita na forma (Pota & Kelkar, 2001)(Nuñez, 2005):

$$F(s) = k_0 + \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{1 + \frac{2\xi_i s}{\Omega_i} + \frac{s^2}{\Omega_i^2}}. \quad (3.28)$$

Neste tipo de representação, os polos ressonantes ( $\Omega_i$ ) são obtidos do próprio modelo de dimensão infinita e os  $k_i$  são coeficientes obtidos através de otimização matemática das funções objetivo mostradas na Eq. (3.29) para a função de transferência do Caminho Primário e na Eq. (3.30) para a função de transferência do Caminho Secundário.

$$J = \min_{k_i=0 \dots N} \sum_{\omega_n \in \omega} \left( \frac{\rho_0 \cdot c_0 \cdot \sinh \left[ \frac{s \cdot (L - x_m)}{c_0} \right]}{s \cdot \cosh \left( \frac{s \cdot L}{c_0} \right)} - k_0 - \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{1 + \frac{2\xi s}{\Omega_i} + \frac{s^2}{\Omega_i^2}} \right)^2. \quad (3.29)$$

$$J = \min_{k_i=0 \dots N} \dots \sum_{\omega_n \in \omega} \left( \frac{\rho_0 \cdot c_0 \cdot \sinh \left[ \frac{s \cdot (L - x_m)}{c_0} \right] \cdot \cosh \left[ \frac{s \cdot x_a}{c_0} \right]}{s \cdot \cosh \left( \frac{s \cdot L}{c_0} \right)} - k_0 - \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{1 + \frac{2\xi s}{\Omega_i} + \frac{s^2}{\Omega_i^2}} \right)^2. \quad (3.30)$$

A Fig. 3.7 ilustra a representação da função de transferência do caminho primário na forma de representação modal. Utilizou-se  $N = 25$   $\xi=0.025$  para realização da otimização da função objetivo e identificação dos coeficientes.

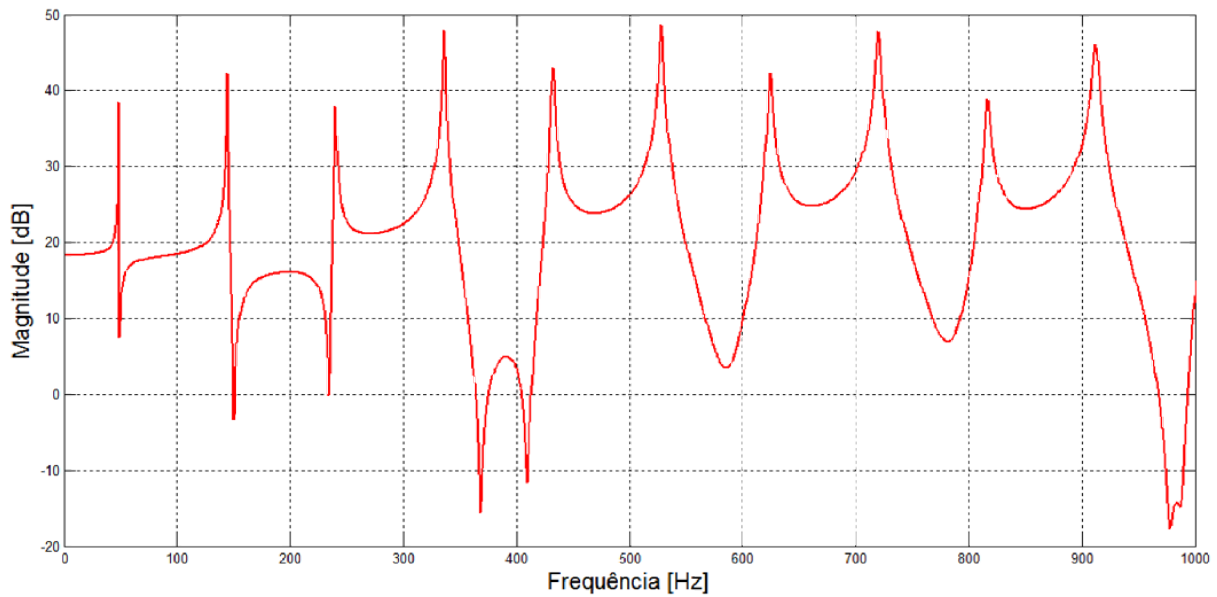


Figura 3.7. Resposta em frequência da função de transferência do caminho primário em Representação Modal

A Fig. 3.8, por sua vez, ilustra a representação da função de transferência do caminho secundário na forma de representação modal. A otimização da função objetivo foi realizada utilizando-se  $N = 25$  e  $\xi=0.001$ .

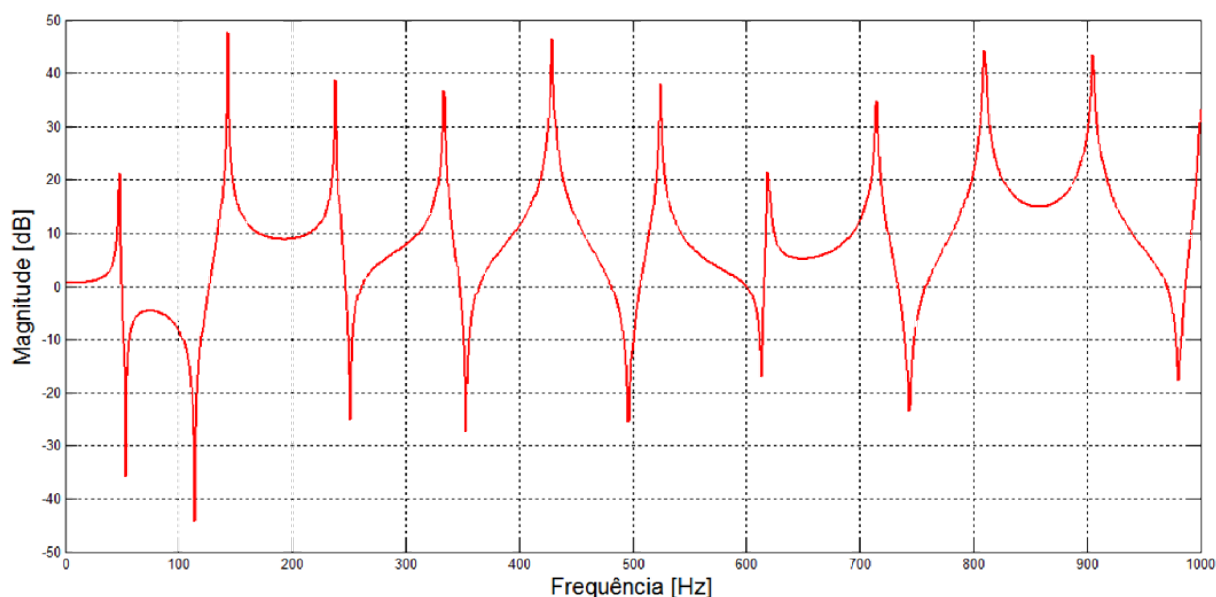


Figura 3.8. Resposta em frequência da função de transferência do caminho secundário em Representação Modal

A Representação Modal, conforme ilustrado nas Figs. 3.6 e 3.7, se mostra mais eficiente que a representação por Series de Maclaurin por não divergir consideravelmente ao longo de toda a banda de frequências. No entanto, ratifica-se que este modelo, quando em posse dos dados experimentais do duto, ainda deve ser trabalhado de forma a se fazer um novo ajuste de curvas e garantir a melhor representação possível, adequando ainda mais a posição e a magnitude das frequências ressonantes observadas nos gráficos.

Os resultados apresentados nas Figs. 3.6 e 3.7 foram gerados utilizando-se como parâmetros de simulação as características do duto acústico presentes em (Pota & Kelkar, 2001), e validados através da comparação com os dados apresentados pela referência bibliográfica utilizada.

## 4. MODELAGEM DO SISTEMA DE CONTROLE

Depois de realizada uma introdução acerca do contexto que envolve sistemas de Controle Ativo de Ruído, a construção dos diagramas de controle das topologias a serem utilizadas, e a modelagem analítica das funções de transferência que descrevem o sistema, o presente capítulo objetiva a discussão a respeito dos controladores.

### 4.1. Influência do Caminho Secundário

As Figuras 2.8, 2.9 e 2.10, presentes na seção 2.5, descrevem o diagrama de controle de um sistema CAR construído com base nos modelos matemáticos que caracterizam a planta. A fim de possibilitar o estudo dos controladores, esses diagramas são mostrados a seguir expandindo-se agora o bloco referente ao algoritmo de controle. A Fig. 4.1 representa o diagrama de controle de um sistema CAR tipo *feedforward*, onde  $w(z)$  representa os coeficientes do filtro responsável pela realização do controle.

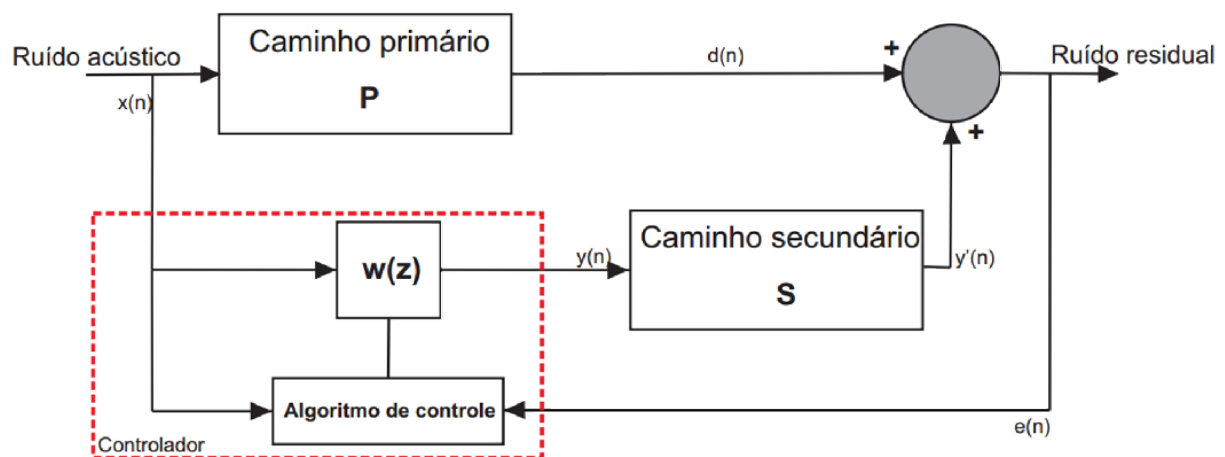


Figura 4.1 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo *feedforward*

A expansão do bloco do controlador na topologia tipo *feedback* se diferencia do observado na topologia tipo *feedforward* por não dispor do sinal de referência. Burgess (1981) sugeriu esta configuração, onde a ideia básica é estimar o sinal do ruído primário  $d(n)$  e utilizá-lo como entrada do algoritmo de controle. A Fig. 4.2 representa o diagrama de controle de um sistema CAR tipo *feedback*, onde  $w(z)$  representa os coeficientes do filtro responsável pela realização do controle.

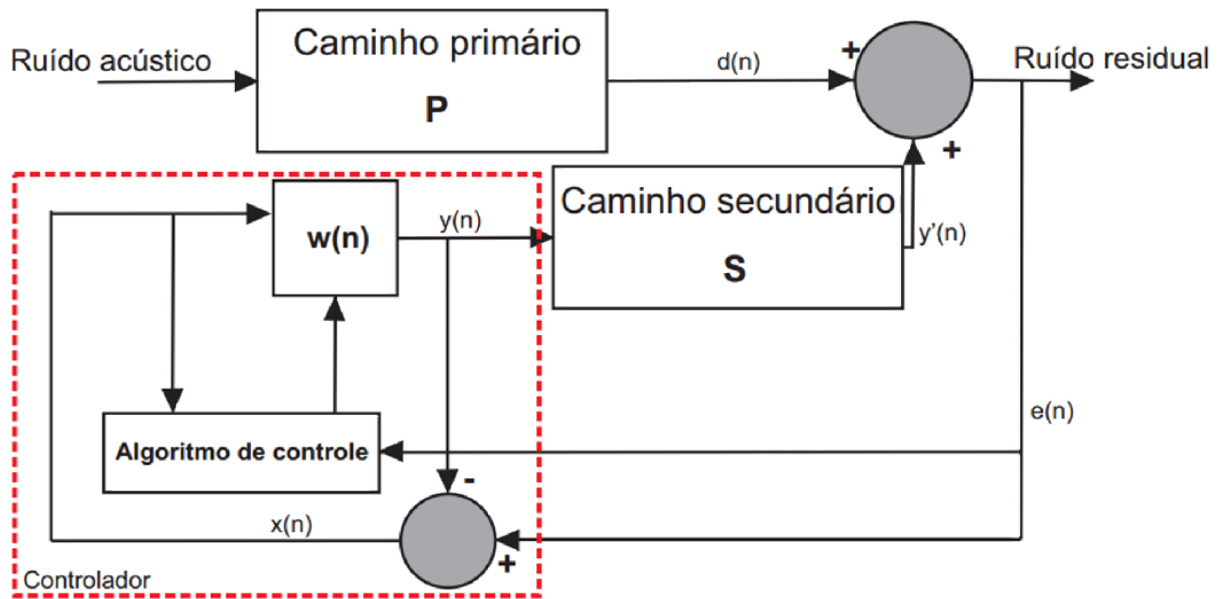


Figura 4.2 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo *feedback*

O controlador do tipo híbrido, como já mencionado, é composto pelos dois tipos de controladores, possuindo assim a presença tanto do controlador do tipo *feedforward* quanto do tipo *feedback*. A Fig. 4.3 ilustra o diagrama de controle de um sistema CAR do tipo híbrido, onde  $w(z)$  representa os coeficientes do filtro *feedforward* e  $M(z)$  representa os coeficientes do filtro tipo *feedback*.

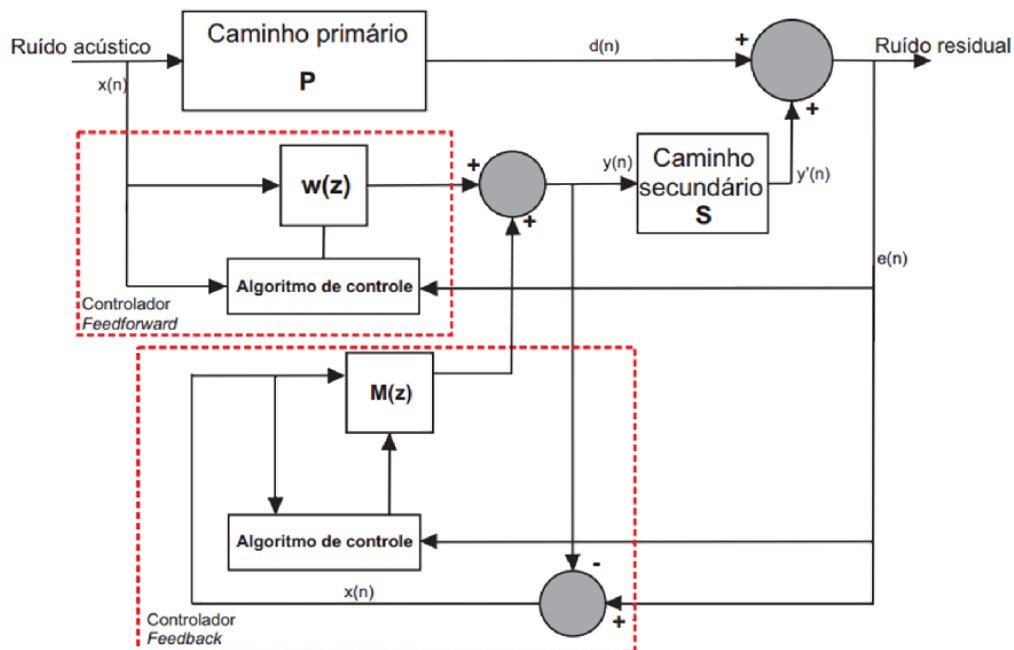


Figura 4.3 Diagrama de controle de um sistema CAR híbrido

A utilização destes diagramas, no entanto, não leva em consideração uma importante característica do sistema. O ruído de controle, gerado pelo controlador e aplicado ao atuador, sofre uma interferência acústica até chegar ao microfone de erro, caracterizada pela função de transferência do Caminho Secundário. Desta forma, é necessário realizar uma compensação para minimizar este efeito.

Esta compensação é realizada através da inclusão no algoritmo do controlador da estimativa da resposta da função de transferência do Caminho Secundário. De posse dessa informação, o controlador pode operar de forma a anular o efeito do Caminho Secundário.

#### 4.1.1 Diagrama de controle do tipo *feedforward* com compensação de caminho secundário

Em sistemas lineares, se dois blocos estão dispostos em cascata, pode-se comutar suas posições obtendo a mesma saída devido à mesma entrada. Do diagrama da Fig. 4.1 equaciona-se:

$$E(z) = X(z)P(z) + X(z)W(z)S(z), \quad (4.1)$$

e permutando  $S(z)$ , obtém-se a entrada filtrada:

$$E(z) = X(z)P(z) + X(z)S(z)W(z). \quad (4.2)$$

Supondo que  $S'(z)$  é uma estimativa do Caminho Secundário, a configuração obtida é semelhante à ilustrada na Fig. 4.1, diferindo no fato de a entrada para a atualização dos coeficientes do filtro agora ser filtrada pela função estimada do caminho secundário. O resultado é o diagrama apresentado na Fig. 4.4 (Kuo & Morgan, 1996).

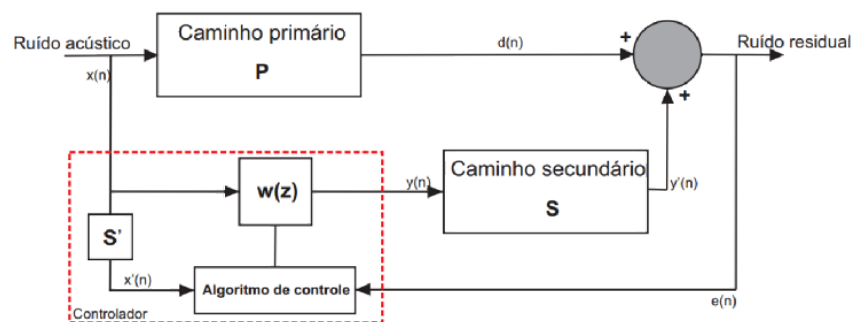


Figura 4.4 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo *feedback* com compensação de caminho secundário

#### 4.1.2 Diagrama de controle do tipo *feedback* com compensação de caminho secundário

Assim como o controlador mostrado para a topologia *feedforward*, o algoritmo de controle aplicado em um sistema CAR do tipo *feedback* deve tentar compensar o efeito do Caminho Secundário. Neste caso, a minimização do efeito do Caminho Secundário é também realizada através da utilização de uma estimativa da sua função de transferência no algoritmo do controlador, acarretando no seguinte diagrama de controle (Kuo & Morgan, 1996).

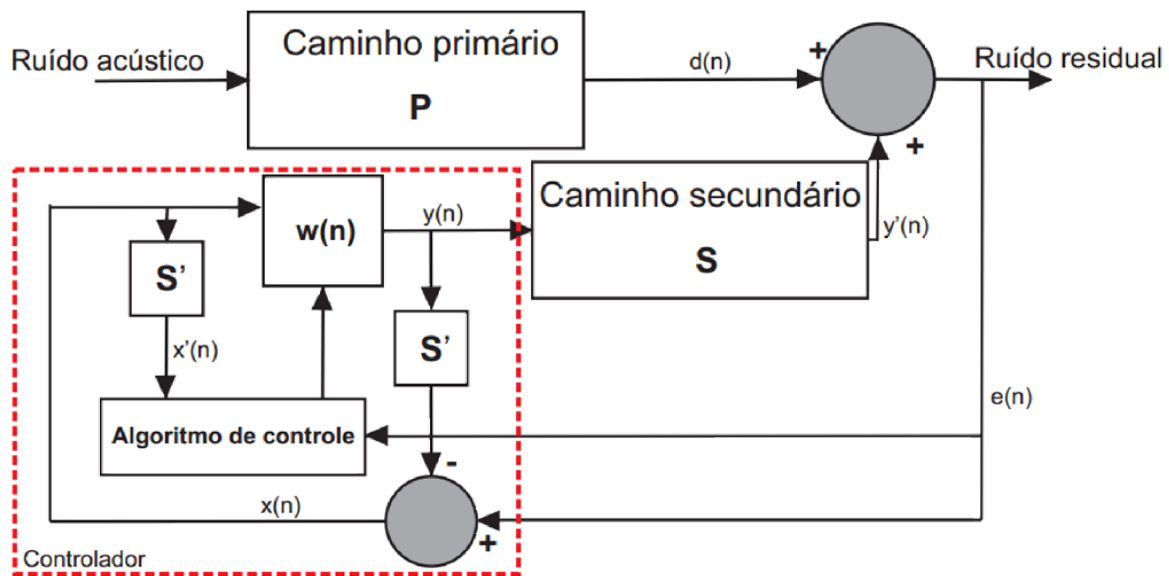


Figura 4.5 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo *feedback* com compensação de caminho secundário

#### 4.1.3 Diagrama de controle do tipo híbrido com compensação de caminho secundário

O diagrama de controle da topologia tipo híbrida, por sua vez, composto pela soma da atuação dos controladores tipo *feedback* e *feedforward* com compensação de Caminho Secundário, é mostrado na Fig. 4.6 (Lopez-Caudan, 2011).



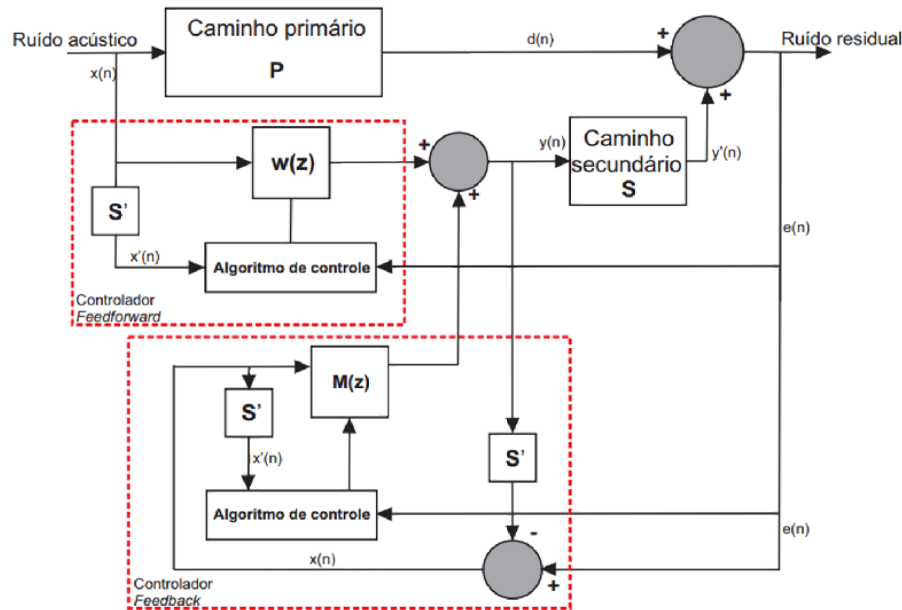


Figura 4.6 Diagrama de controle de um sistema CAR tipo híbrido com compensação de caminho secundário

#### 4.2. Algoritmos de controle

Os filtros digitais convencionais são geralmente utilizados para seleção de faixas de frequências e tem sua implementação realizada através de coeficientes fixos projetados para produzir uma resposta determinada, modificando o espectro do sinal de entrada e obtendo uma saída especificada. A utilização deste tipo de filtro, então, não exige nenhum conhecimento a respeito das amostras do sinal a ser processado.

No entanto, em sistemas onde não se possui informações suficientes sobre o sinal a ser tratado ou a respeito do critério de filtragem que deve ser empregado (por exemplo, identificação de sistemas, modelagem de sistemas, controle de ruído), os filtros fixos não são capazes de solucionar o problema (Fonseca, 2007). A solução é, então, utilizar filtros adaptativos, que podem modificar sua resposta para melhorar o desempenho do sistema sem intervenção externa.

Os algoritmos *LMS* (*Least Mean Square*) e o *RLS* (*Recursive Least Squares*) fazem parte dessa classe de algoritmos chamados de adaptativos e podem ser definidos como um filtro variante no tempo no qual os coeficientes são ajustados de modo a otimizar uma função chamada de função custo ( $J(W)$ ). A definição dessa função custo deve ser tal que meça o quanto o processo de ajuste está sendo incapaz de reduzir o erro entre o sinal desejado e a saída do controlador.

#### 4.2.1. Filtros adaptativos – Modelo básico

Uma forma geral para estudo dos algoritmos adaptativos é apresentada na Fig. 4.7, onde  $d(n)$  é a resposta desejada e  $y(n)$  a saída do filtro digital. A referência é representada pelo sinal  $x(n)$  e o sinal de erro, caracterizado pela diferença entre  $d(n)$  e  $y(n)$ , é chamado de  $e(n)$ .

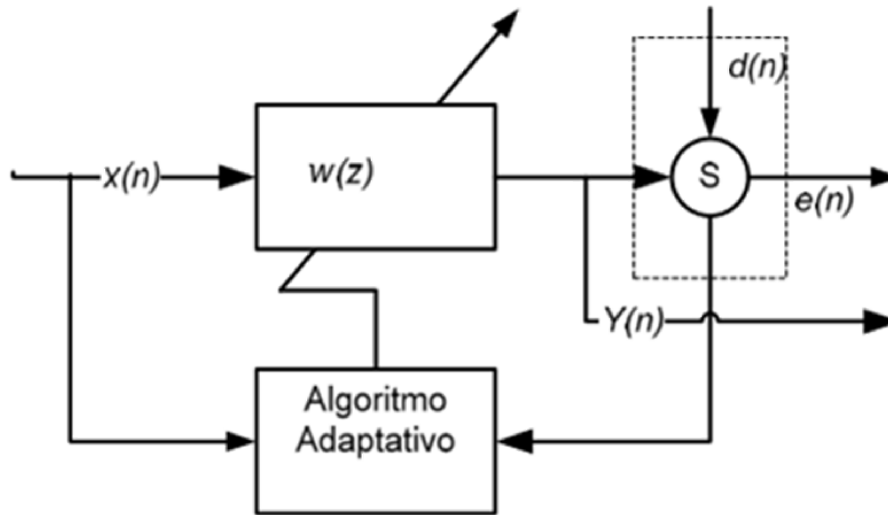


Figura 4.7 Modelo básico para estudo dos sistemas CAR (Fonseca, 2007)

A saída do controlador pode ser calculada através da Eq. (4.3).

$$y(n) = \sum_{i=0}^M w(i) x(n-i). \quad (4.3)$$

A fim de facilitar o desenvolvimento, a seguinte notação vetorial será adotada:

$$\mathbf{x}(n) = [x(n) x(n-1) \dots x(n) x(M-1)]^T. \quad (4.4)$$

$$\mathbf{w}(n) = [w_0(n) w_1(n) \dots w_M(n)]^T. \quad (4.5)$$

Desse modo a saída do controlador, expressa pela Eq. (4.3), pode ser descrita da seguinte maneira:

$$y(n) = \mathbf{w}(n)^T \mathbf{x}(n) = \mathbf{x}(n)^T \mathbf{w}(n), \quad (4.6)$$

e o sinal de erro será descrito por:

$$e(n) = d(n) - y(n). \quad (4.7)$$

### 4.2.2. Algoritmo NLMS

#### 4.2.2.1 Função de Custo MSE (Mean-Squared Error)

Uma particular função de custo que produz um popular algoritmo adaptativo é a função de custo  $J_{MSE}(n)$  (Mean-Square Error), apresentada na Eq. (4.8).

$$J_{MSE}(n) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^2(n) p_n(e(n)) de(n) = \frac{1}{2} E\{e^2(n)\}, \quad (4.8)$$

onde:

$p_n(e)$  : representa a função da densidade de probabilidade do erro no instante  $n$ ;  
 $E\{.\}$  : é a esperança matemática ou valor médio.

Alguns aspectos podem ser ressaltados para demonstrar a utilidade da função de custo MSE para filtros adaptativos:

- $J_{MSE}(n)$  possui um mínimo bem definido em relação aos coeficientes de  $\mathbf{w}(n)$ ;
- Os valores dos coeficientes obtidos, neste mínimo, são os únicos que minimizam o sinal de erro, indicando que  $y(n)$  aproximou-se de  $d(n)$ ;
- A derivada de  $J_{MSE}(n)$  pode ser calculada em relação a cada coeficiente de  $\mathbf{w}(n)$ .

O último aspecto citado possui grande importância, pois é através dele que se pode determinar os valores dos coeficientes ideais tendo o conhecimento da estatística de  $d(n)$  e  $x(n)$ , bem como, definir um simples procedimento iterativo para adaptação dos coeficientes do filtro.

#### 4.2.2.2 A solução de Wiener

Em uma abordagem estatística, parâmetros como média e função de correlação dos sinais envolvidos em um problema de filtragem adaptativa são assumidos conhecidos. Esta hipótese, associada à utilização da função custo  $J_{MSE}$  (Eq. (4.8)) origina o que se costuma chamar na literatura de filtro ótimo de Wiener (Carezia, 2002).

Como já mencionado anteriormente,  $J_{MSE}(n)$  é uma função quadrática em relação aos coeficientes de  $\mathbf{w}(n)$ . Sendo assim, pode-se utilizar dos conhecimentos fornecidos pela teoria de otimização, que afirmam ser igual à zero a derivada da

função custo no ponto de minimização da superfície de erro, para encontrar o vetor  $\mathbf{w}_{MSE}(n)$ , obtido com a solução das equações do sistema dado pela Eq. (4.9).

$$\frac{\partial J_{MSE}(n)}{\partial w_i(n)} = 0, \quad 0 \leq i \leq L - 1. \quad (4.9)$$

Tomando a derivada de  $J_{MSE}(n)$  na Eq. (4.8) e obtendo  $e(n)$  e  $y(n)$  das Eqs. (4.7) e (4.6), respectivamente, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{MSE}(n)}{\partial w_i(n)} &= E \left\{ e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial w_i(n)} \right\} = -E \left\{ e(n) \frac{\partial y(n)}{\partial w_i(n)} \right\} \\ &= -E \{ e(n) x(n - i) \}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial J_{MSE}(n)}{\partial w_i(n)} = -E \{ d(n) x(n - i) \} - \sum_{j=0}^{L-1} E \{ x(n - i) x(n - j) \} w_j(n). \quad (4.11)$$

A fim de obter em forma vetorial o sistema de equações que caracterizam  $\mathbf{w}_{MSE}(n)$ , é necessário definir a matriz  $\mathbf{R}_{xx}(n)$  e o vetor  $\mathbf{P}_{dx}(n)$  na Eq. (4.12). Combinando as Eqs. (4.9) e (4.11) obtém-se a Eq. (4.13) que é a representação vetorial para o sistema de equações.

$$\mathbf{R}_{xx}(n) = E \{ \mathbf{X}(n) \mathbf{X}^T(n) \} \text{ e } \mathbf{P}_{dx}(n) = E \{ d(n) \mathbf{X}(n) \}, \quad (4.12)$$

onde:

$\mathbf{R}_{xx}(n)$  : matriz de correlação da entrada;

$\mathbf{P}_{dx}(n)$  : vetor de correlação cruzada entre a resposta desejada e o sinal de entrada.

$$\mathbf{R}_{xx}(n) \mathbf{w}_{MSE}(n) - \mathbf{P}_{dx}(n) = \mathbf{0}, \quad (4.13)$$

onde  $\mathbf{0}$  é o vetor zero.

O vetor da solução de Wiener poderá então ser encontrado, contanto que exista inversa para a matriz  $\mathbf{R}_{xx}(n)$ , e será dado por (Haykin, 1996):

$$\mathbf{w}_{MSE}(n) = \mathbf{R}_{xx}^{-1}(n) \mathbf{P}_{dx}(n). \quad (4.14)$$

Contudo, essa solução algébrica requer a estimação contínua da matriz de correlação e do vetor de correlação cruzada. Em muitas aplicações o sinal pode ser não estacionário e o cálculo de  $\mathbf{R}_{xx}^{-1}$  e  $\mathbf{P}_{dx}(n)$  pode envolver um custo computacional muito pesado.

#### 4.2.2.3 Método *Steepest Descent*

O método *Steepest Descent* é uma técnica iterativa muito adequada para derivar um algoritmo adaptativo, considerando ainda que a superfície de erro em questão é quadrática em respeito à  $\mathbf{w}(n)$  (Kuo & Morgan, 1996).

Como mostram as Eqs. (4.15) e (4.16), esta última na sua forma matricial, o *Steepest Descent* minimiza o valor da função de custo  $J(n)$  em relação a um conjunto de coeficientes ajustáveis  $\mathbf{w}(n)$  em que o  $n$ -ésimo coeficiente do sistema é alterado de acordo com a derivada da função custo em relação ao  $n$ -ésimo coeficiente (Fonseca, 2007).

$$w_i(n+1) = w_i(n) - \mu(n) \frac{\partial J(n)}{\partial w_i(n)}, \quad (4.15)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu(n) \frac{\partial J(n)}{\partial \mathbf{w}(n)}, \quad (4.16)$$

onde  $\mu(n)$  é chamado passo de adaptação.

Para um filtro adaptativo que vise minimizar a função de custo  $J_{MSE}$ , pode-se usar o resultado da Eq. (4.11) para representar explicitamente a forma do método *Steepest Descent*. Com a substituição destes resultados na Eq. (4.15) tem-se:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu(n) (\mathbf{P}_{dx}(n) - \mathbf{R}_{xx}(n) \mathbf{w}_{MSE}(n)). \quad (4.17)$$

Porém, o método *Steepest Descent* depende ainda das quantidades estatísticas  $E(d(n)x(n-i))$  e  $E\{x(n-i)x(n-j)\}$  contidos em  $\mathbf{P}_{dx}(n)$  e  $\mathbf{R}_{xx}(n)$ , respectivamente. Como na prática existem situações onde apenas as medidas de  $d(n)$  e  $x(n)$  instantâneas são conhecidas, o método *Steepest Descent* não pode ser aplicado diretamente, já que este assume o conhecimento do vetor gradiente em cada iteração.

Para situações onde os sinais envolvidos não são estacionários, ou suas propriedades estatísticas são desconhecidas, uma versão aproximada do método *Steepest Descent*, que depende apenas dos valores dos próprios sinais naquele instante, foi desenvolvida. Este procedimento é conhecido como algoritmo *LMS* (*Least Mean Squares*) (Pereira, 2011).

#### 4.2.2.4 O algoritmo *LMS* (*Least Mean Square*)

Objetivando a obtenção de um método que passe a não depender da estatística de  $x(n)$  e  $d(n)$  para o processo de adaptação, a função de custo  $J_{MSE}$  na Eq. (4.8) deve ser substituída por uma que trate apenas das medidas de  $x(n)$  e  $d(n)$ . Uma alternativa que depende somente destas medidas e pode ser utilizada é a dos Mínimos Quadrados (*LS – Least Squares*) (Pereira, 2011), apresentada a seguir.

$$J_{LS}(n) = \sum_{k=0}^n a(k) (d(k) - w^T(n)x(k))^2, \quad (4.18)$$

onde:

$a(k)$  : é uma sequência de pesos para os termos do somatório.

Esta função de custo, entretanto, requer um grande número de cálculos para obtenção do resultado final e das derivadas em relação a cada  $w_i(n)$ . Buscando uma maior simplificação nos cálculos foi proposta a função de custo Média dos Mínimos Quadrados (*LMS – Least Mean Square*), apresentada na Eq. (4.19).

$$J_{LMS}(n) = \frac{1}{2} e^2(n). \quad (4.19)$$

A utilização desta função custo significa que a estimação do gradiente utilizada pelo *LMS* é simplesmente o gradiente instantâneo de uma simples amostra de erro quadrático (Kuo & Morgan, 1996).

Realizando as derivadas de  $J_{LMS}(n)$  em relação aos elementos de  $w(n)$  e substituindo o resultado na Eq. (4.15) obtém-se o algoritmo adaptativo *LMS*, caracterizado pela equação apresentada a seguir.

$$w(n+1) = w(n) + \mu(n)e(n)x(n). \quad (4.20)$$

Este algoritmo apenas requer multiplicações e adições para ser implementado. O número e o tipo das operações necessárias para o algoritmo *LMS* são aproximadamente os mesmos para um filtro *FIR* com coeficientes fixos, o que é uma das razões para as popularidades deste algoritmo (Carezia, 2002).

Um fator importante na demonstração do comportamento eficaz do algoritmo *LMS* está no fato de sua solução, obtidas nas proximidades do ponto de convergência, estar relacionada à solução de Wiener. Analisando o algoritmo com

certas suposições estatísticas sobre o sinal de entrada e as resposta desejada obtém-se a Eq. (4.21), sendo  $\mathbf{w}_{MSE}(n)$  um vetor fixo (Pereira, 2011).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E\{\mathbf{w}(n)\} = \mathbf{w}_{MSE}. \quad (4.21)$$

Ratifica-se ainda que o passo de adaptação compõe um importante parâmetro do sistema, tendo importantes implicações na convergência do sinal produzido pelo filtro. Este deve possuir um valor de acordo com o descrito na Eq. (4.22) para que a saída do filtro não se torne instável (Fonseca, 2007).

$$0 < \mu(n) < \frac{2}{H \cdot P_x(n)}, \quad (4.22)$$

onde  $P_x$  é a potência estimada do sinal de referência e  $H$  é o comprimento do filtro utilizado.

A Tabela (4.1) descreve o custo computacional envolvido no algoritmo *LMS*, onde  $L$  representa a ordem do filtro adaptativo utilizado.

Tabela 4.1 – Custo computacional do algoritmo *LMS* (Fonseca, 2007)

Tipo de operação	Quantidade
Memória	$2H+4$
Multiplicação	$2H+1$
Adição	$2H$
Divisão	0

#### 4.2.2.5 O algoritmo *NLMS* (*Normalized Least Mean Square*)

De modo a garantir que o algoritmo *LMS* não venha a divergir, o critério de estabilidade dado pela Eq. (4.22) mostra que os limites de  $\mu$  são inversamente proporcionais à potência do sinal de entrada. Em aplicações práticas essa potência não é conhecida, tornando-se impraticável determinar um valor adequado para  $\mu$ . Esse problema pode ser contornado utilizando-se o valor de  $\mu$  variando no tempo e normalizado, dado pela Eq. (4.23) (Kuo & Morgan, 1996).

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{HP_x(n)}, \quad (4.23)$$

onde:

$P_x(n)$  : é a potência instantânea estimada;

$\alpha$ : é o tamanho de passo normalizado que satisfaz o critério:

$$0 < \alpha < 2. \quad (4.24)$$

A potência pode ser estimada usando-se uma janela com o mesmo tamanho do filtro adaptativo:

$$P_x(n) = \frac{1}{H} \sum_{i=0}^{L-1} x^2(n-i). \quad (4.25)$$

A Tabela (4.2) descreve o custo computacional envolvido no algoritmo *NLMS*, onde  $H$  representa a ordem do filtro adaptativo.

Tabela 4.2 – Custo computacional do algoritmo *NLMS* (Fonseca, 2007)

Tipo de operação	Quantidade
Memória	$2H+7$
Multiplicação	$2H+4$
Adição	$2H+2$
Divisão	1

### 4.2.3 Algoritmo *RLS*

#### 4.2.3.1 Função custo

Para minimizar a função de custo  $J_{MSE}(n)$ , os métodos de filtragem adaptativa discutidos anteriormente faziam usos de algoritmos baseados no gradiente. Como citado, a dificuldade destes métodos está no fato de se exigir o conhecimento das quantidades estatísticas  $E(d(n)x(n-i))$  e  $E\{x(n-i)x(n-j)\}$ . Quando esta informação estatística não é possuída, faz-se necessária a estimação destes valores. Uma alternativa apresentada é considerar medidas do valor do erro que não inclua esperança matemática e que possa ser calculada diretamente dos dados, como por exemplo, no método dos Mínimos Quadrados (*Least Squares*).

O filtro de Wiener e sua versão adaptativa do algoritmo *LMS* são formulados através do ponto de vista estatístico, pois o desenvolvimento destas soluções está baseado na minimização da quantidade estatística, erro médio quadrático.

Por outro lado, a classe de métodos baseados no *Least Squares* é formulada seguindo o ponto de vista determinístico. Baseado nos métodos dos Mínimos Quadrados, o *RLS* é desenvolvido a partir da minimização da função de custo expressa na Eq. (4.26) (Condori, 2012).



$$\varepsilon(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} |e(i)|^2, \quad (4.26)$$

onde:

$0 \leq \lambda \leq 1$  : é o denominado peso exponencial ou fator de esquecimento.

A escolha de  $\lambda < 1$  resulta em um método que coloca maior importância nas amostras mais recentes dos valores observados e menor importância nas amostras menos recentes (Fonseca, 2007).

#### 4.2.3.2 O algoritmo *RLS* (*Recursive Least Squares*)

Para se obter os coeficientes que minimizam  $\varepsilon(n)$ , um procedimento análogo ao mostrado anteriormente para o *LMS* deve ser utilizado, igualando-se a zero a derivada de  $\varepsilon(n)$  em relação a  $w_n(k)$ , para  $k = 0, 1, \dots, p$  (Fonseca, 2007).

$$\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w_n(k)} = 2 \sum_{i=0}^n \lambda^{n-1} e(i) \frac{\partial e(i)}{\partial w_n(k)} = - \sum_{i=0}^n \lambda^{n-1} e(i) x(i-k) = 0. \quad (4.27)$$

Sabendo-se que:

$$e(i) = d(i) - y(i) = d(i) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}(i), \quad (4.28)$$

e substituindo-se (4.28) em (4.27), tem-se:

$$\sum_{i=0}^n \lambda^{n-1} \left[ d(i) - \sum_{l=0}^p w_n(l) x(i-l) \right] x(i-k) = 0. \quad (4.29)$$

Invertendo a ordem dos somatórios e rearranjando os termos:

$$\sum_{l=0}^p w_n(l) \left[ \sum_{i=0}^n \lambda^{n-1} x(i-l) x(i-k) \right] = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-1} d(i) x(i-k). \quad (4.30)$$

A Equação (4.30) pode ser expressa na forma matricial da seguinte maneira:

$$\mathbf{R}_x(n) \mathbf{w}_n = \mathbf{r}_{dx}(n), \quad (4.31)$$

onde:

$\mathbf{R}_x(n)$  : é a matriz de correlação da entrada determinística com pesos exponenciais;  
 $\mathbf{r}_{dx}(n)$ : é o vetor de correlação cruzada entre a resposta desejada e o sinal de entrada determinístico.

Uma solução recursiva pode ser desenvolvida para o cálculo dos coeficientes da seguinte maneira:

$$\mathbf{w}_n = \mathbf{w}_{n-1} + \Delta \mathbf{w}_{n-1}, \quad (4.32)$$

onde  $\Delta \mathbf{w}_{n-1}$  é a correlação aplicada à solução no instante  $n - 1$ .

O vetor de coeficientes que minimizam  $\varepsilon(n)$  pode ser expresso pela Eq. (4.33).

$$\mathbf{w}_n = \mathbf{R}_x^{-1}(n) \mathbf{r}_{dx}(n). \quad (4.33)$$

Então, a fórmula recursiva deve ser desenvolvida expressando  $\mathbf{r}_{dx}(n)$  em termos de  $\mathbf{r}_{dx}(n - 1)$ , e  $\mathbf{R}_x^{-1}(n)$  em termos de  $\mathbf{R}_x^{-1}(n - 1)$  e do vetor de entrada  $\mathbf{x}(n)$ , ficando estas equações da seguinte maneira:

$$\mathbf{r}_{dx}(n) = \lambda \mathbf{r}_{dx}(n - 1) + d(n) \mathbf{x}(n), \quad (4.34)$$

$$\mathbf{R}_x(n) = \lambda \mathbf{R}_x(n - 1) + \mathbf{x}^T(n) \mathbf{x}(n), \quad (4.35)$$

Como o interesse está em encontrar uma equação recursiva para  $\mathbf{R}_x^{-1}(n)$ , a identidade de *Woodbury's* deve ser aplicada. Esta identidade, apresentada na Eq. (4.37), é também difundida na literatura com o nome de Lema de Inversão de Matrizes (Haykin, 1996).

$$(\mathbf{A} + \mathbf{u}\mathbf{v}^T)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^T\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}}. \quad (4.36)$$

Fazendo  $\mathbf{A} = \lambda^{-1} \mathbf{R}_x^{-1}(n)$  e  $\mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{X}(n)$ , a seguinte equação recursiva para o inverso de  $\mathbf{R}_x(n)$  é encontrada:

$$\mathbf{R}_x^{-1}(n) = \lambda^{-1} \mathbf{R}_x^{-1}(n - 1) - \frac{\lambda^{-2} \mathbf{R}_x^{-1}(n - 1) \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^T(n) \mathbf{R}_x^{-1}(n - 1)}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{x}^T(n) \mathbf{R}_x^{-1}(n - 1) \mathbf{x}(n)}. \quad (4.37)$$

A fim de se obter uma notação mais simplificada,  $\mathbf{R}_x^{-1}(n)$  é representado por  $\mathbf{P}(n)$  e o vetor de ganho  $\mathbf{g}(n)$  é definido como mostra a Eq. (4.39).

$$\mathbf{g}(n) = \frac{\lambda^{-1} \mathbf{P}(n - 1) \mathbf{x}(n)}{1 + \lambda^{-1} \mathbf{x}^T(n) \lambda^{-1} \mathbf{P}(n - 1) \mathbf{x}(n)}. \quad (4.38)$$

Incorporando estas definições na Eq. (4.37), obtém-se:

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}[\mathbf{P}(n-1) - \mathbf{g}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{P}(n-1)]. \quad (4.39)$$

Para completar a equação recursiva, é necessário desenvolver a equação de atualização dos coeficientes do vetor  $\mathbf{w}_n$ . Sendo  $\mathbf{w}_n = \mathbf{P}(n)\mathbf{r}_{dx}(n)$  e substituindo  $\mathbf{r}_{dx}(n)$  pela Eq. (4.35):

$$\mathbf{w}_n = \lambda\mathbf{P}(n)\mathbf{r}_{dx}(n-1) + d(n)\mathbf{P}(n)\mathbf{x}(n). \quad (4.40)$$

Incorporando  $\mathbf{P}(n)$  dado pela Eq. (4.39) no primeiro termo do lado direito da Eq. (4.40) e fazendo  $\mathbf{P}(n)\mathbf{x}(n) = \mathbf{g}(n)$ :

$$\mathbf{w}_n = [\mathbf{P}(n-1) - \mathbf{g}(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{P}(n-1)]\mathbf{r}_{dx}(n-1) + d(n)\mathbf{g}(n). \quad (4.41)$$

Considerando  $\mathbf{w}_{n-1} = \mathbf{P}(n-1)\mathbf{r}_{dx}(n-1)$  obtém-se :

$$\mathbf{w}_n = \mathbf{w}_{n-1} + \mathbf{g}(n)[d(n) - \mathbf{w}_{n-1}^T\mathbf{x}(n)], \quad (4.42)$$

que pode ser reescrito na forma:

$$\mathbf{w}_n = \mathbf{w}_{n-1} + e(n)\mathbf{g}(n). \quad (4.43)$$

Como o algoritmo *RLS* envolve uma atualização recursiva do vetor  $\mathbf{w}_n$  e da matriz inversa de correlação  $\mathbf{P}(n)$ , são requeridas condições iniciais para estes termos. Uma aproximação comumente utilizada na inicialização da matriz de correlação é a apresentada pela Eq. (4.45) (Pereira, 2011).

$$\mathbf{R}_x(0) = \delta\mathbf{I}, \quad (4.44)$$

onde  $\delta$  é uma constante positiva de pequeno valor. Com isto,  $\mathbf{P}(0) = \delta^{-1}\mathbf{I}$ . Já o vetor de coeficientes deve ser iniciado como um vetor nulo.

$$\mathbf{w}_n = \mathbf{0}. \quad (4.45)$$

A Tabela (4.3) descreve o custo computacional envolvido no algoritmo *RLS*, onde  $H$  representa a ordem do filtro adaptativo e  $N$  descreve a ordem do filtro estimador do caminho secundário.

Tabela 4.3 – Custo computacional do algoritmo *RLS* (Fonseca, 2007)

Tipo de operação	Quantidade
Memória	$H^2+2N+4$
Multiplicação	$2H^2+4N$
Adição	$1.5H^2+2.5N$
Divisão	$H$

#### 4.2.4 Implementação do sistema CAR

De posse das equações que caracterizam os algoritmos de controle *LMS* e *RLS*, os diagramas de controle construídos na seção 4.1 podem ser utilizados para implementar e simular um sistema de Controle Ativo de Ruído em dutos.

Os diagramas de controle apresentados, por possuírem a referência filtrada (objetivando a compensação da função de transferência do Caminho Secundário), quando associados ao algoritmo de controle *NLMS*, dão origem ao algoritmo conhecido na literatura como *Fx-NLMS* (*Filtered-x Least Mean Square*). Da mesma forma, quando utilizado o algoritmo *RLS* para adaptação dos coeficientes do filtro, obtém-se o algoritmo *Fx-RLS* (*Filtered-x Recursive Least Square*).

O Apêndice A detalha a implementação dos controladores *Fx-LMS* e *Fx-RLS* em topologia *feedforward*, *feedback* e híbrida, utilizados para realizar as simulações numéricas apresentadas no capítulo 5.

## 5. SIMULAÇÃO NÚMÉRICA DO SISTEMA DE CONTROLE DE RUÍDO

Neste capítulo, é apresentada a validação e avaliação numérica das abordagens de Controle Ativo de Ruído estudadas. São apresentados resultados de simulações numéricas para um sistema CAR mono canal em dutos.

Os controladores testados utilizam as estruturas *Fx-NLMS* e *Fx-RLS* estudadas no capítulo 4 nas topologias *feedforward*, *feedback* e híbrida. Os resultados numéricos foram gerados com o auxílio do *software Matlab®* e os resultados obtidos, bem como os algoritmos implementados, foram validados e analisados com base na comparação dos índices de atenuação e velocidade de convergência observados.

### 5.1 Metodologia de simulação

Para validar a implementação dos controladores estudados, os sistemas foram submetidos a uma série de ensaios numéricos. Estes ensaios foram realizados para diferentes sinais de perturbação (onda sonora primária, produzida pela fonte de ruído), sendo um deles o de forma de onda descrita pela Eq. (5.1) e parâmetro especificados pela Tab. (5.1).

$$x(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t) + A_3 \sin(2\pi f_3 t). \quad (5.1)$$

Tabela 5.1 – Parâmetros do sinal descrito pela Eq. (5.1)

Controle <i>Fx-NLMS</i> e <i>Fx-RLS</i>	Número de coeficientes	Amplitude [Pa]	Frequência [Hz]
<i>Feedforward</i> , <i>Feedback</i> híbrido	50	$A_1 = 1$	$f_1 = 50$
<i>Feedforward</i> , <i>Feedback</i> híbrido	50	$A_2 = 1$	$f_2 = 100$
<i>Feedforward</i> , <i>Feedback</i> híbrido	50	$A_3 = 1$	$f_3 = 150$

Simulações de CAR também foram realizadas utilizando-se sinais de banda larga. Para isso, excitou-se o sistema com uma senóide monotonal de 150 Hz acrescida de um ruído branco com relação sinal ruído iguais a 10 dB, 30 dB e 50 dB. Por fim, excitou-se o sistema com um ruído branco.

Ratifica-se que simulações voltadas ao controle de ruído de banda larga somente são apresentadas para a topologia do tipo *feedforward* e híbrida. Apesar de, a depender da relação sinal ruído utilizada, numericamente algumas das

simulações terem obtido sucesso, na prática a utilização da topologia *feedback* para atenuar este tipo de ruído não é viável (Magalhães, 2009).

Nos contextos onde se mostra a utilização do *Fx-NLMS*, o valor de  $\alpha$  utilizado foi de 0.1. Quando aplicado o *Fx-RLS*, a implementação foi realizada utilizando o valor de  $\delta$  igual a 0.01. Nos dois controladores, o comprimento do filtro utilizado foi de 50.

Nas subseções a seguir são apresentados os resultados numéricos para os ensaios realizados.

## 5.2 Simulação de controle *Fx-NLMS* em topologia *Feedforward*

Primeiramente, foram realizados os ensaios numéricos com excitação caracterizada pela Eq. (5.1) e Tab (5.1). A Figura 5.1 apresenta os sinais no domínio do tempo e a densidade espectral de potência do sinal de excitação e do sinal de erro para o sistema com e sem controle.

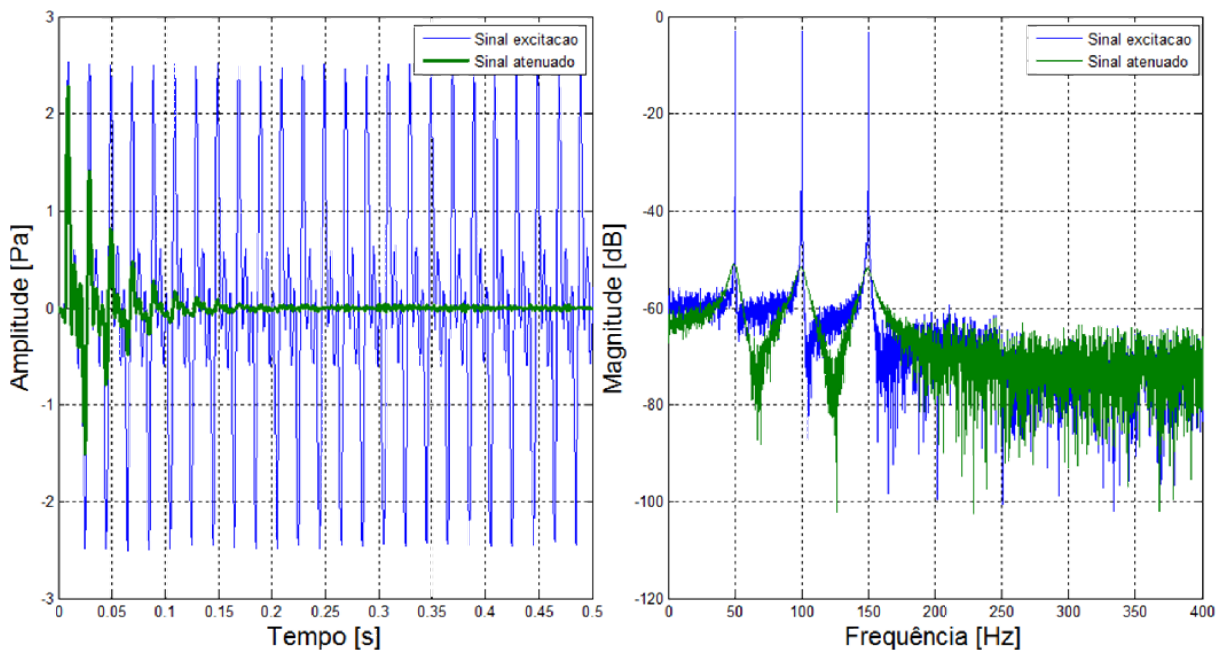


Figura 5.1 Simulação de controle *Fx-NLMS* para excitação com o sinal característico da Eq. (5.1) em topologia *feedforward*.

O índice de atenuação obtido, para as três frequências de interesse (50 Hz, 100 Hz e 150 Hz), através da utilização do controlador *Fx-LMS* em topologia *Feedforward* são apresentados na Tab. (5.2). Nota-se que o índice de atenuação observado para estas frequências é alto, comprovando a funcionalidade do sistema

de controle. O tempo de convergência alcançado, por outro lado, foi de 0.15 segundos.

Tabela 5.2 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle *Fx-NLMS* em topologia *feedforward* excitado com o sinal característico da Eq. (5.1).

Frequência [Hz]	Índice de atenuação [dB]
$f_1 = 50$	48.22
$f_2 = 100$	48.71
$f_3 = 150$	48.70

Em seguida, foram realizados os ensaios com uma senóide de amplitude 1 Pa e frequência de 150 Hz acrescida de um ruído branco com *SNR* (*Signal Noise Ratio*) iguais a 10 dB, 30 dB e 50 dB. O comportamento destas simulações é apresentado nas Figs. 5.2 a 5.4.

A Tabela (5.3) reúne os valores dos índices de atenuação alcançados na frequência de interesse (150 Hz) para cada uma destas situações. Nota-se que para esta frequência (onde se concentra maior parte da energia do sinal) obteve-se altos índices de atenuação. Nota-se ainda que o tempo de convergência obtido foi menor quando utilizado uma maior relação sinal ruído.

Tabela 5.3 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse, na Simulação de controle *Fx-NLMS* em topologia *feedforward* excitado por uma senóide acrescida de ruído.

<i>SNR</i> [dB]	Índice de atenuação [dB]
10	55.71
30	56.89
50	57.24

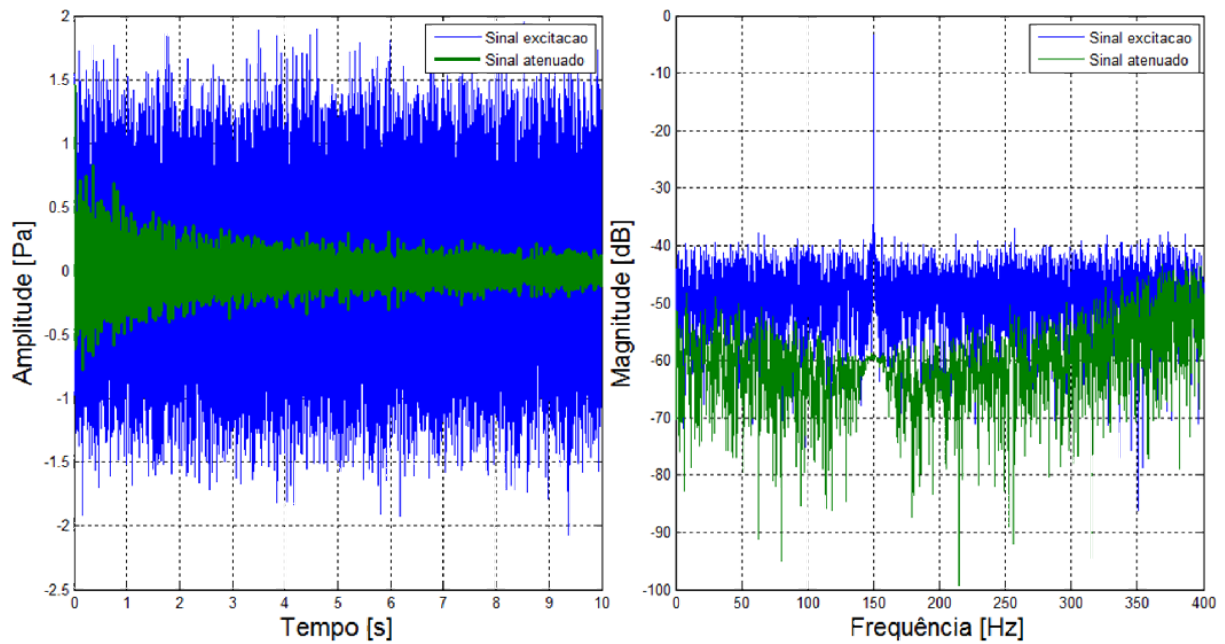


Figura 5.2 Simulação de controle  $Fx$ -NLMS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$  igual a 10 dB) em topologia *feedforward*.

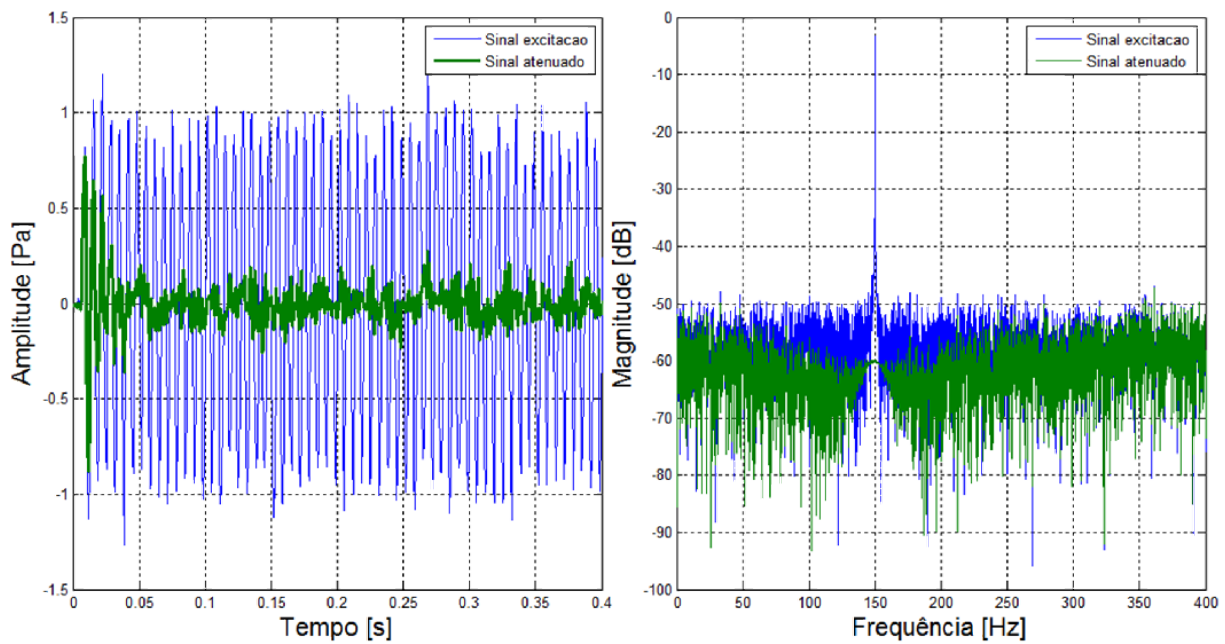


Figura 5.3 Simulação de controle  $Fx$ -NLMS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$  igual a 30 dB) em topologia *feedforward*.



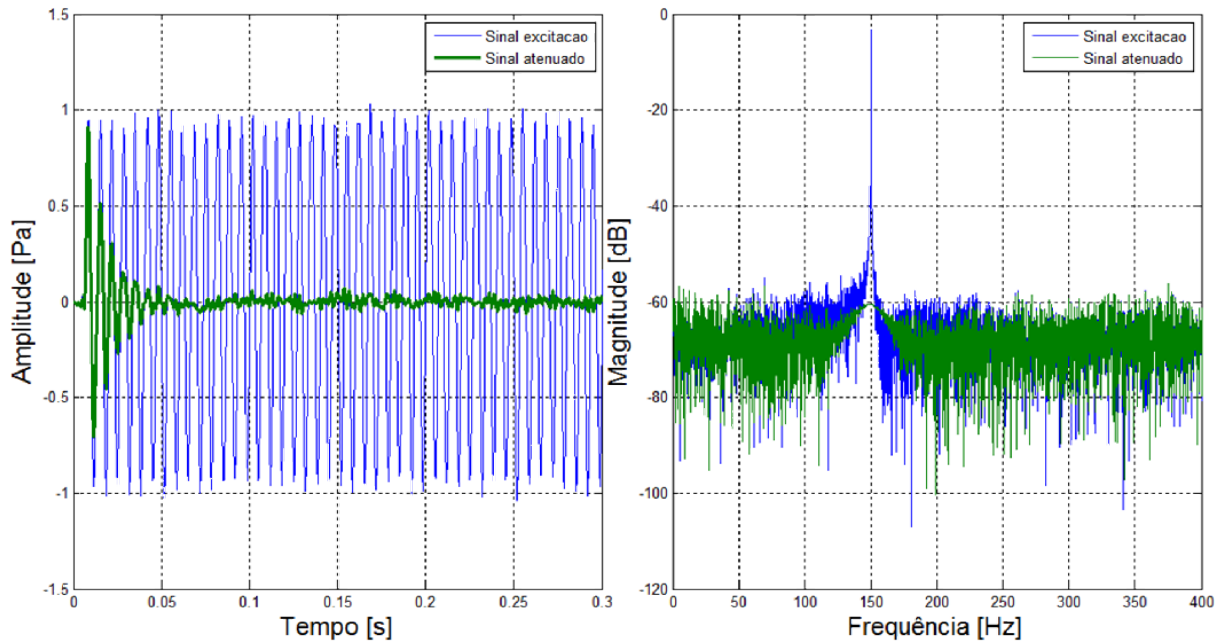


Figura 5.4 Simulação de controle  $Fx$ -NLMS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$  igual a 50 dB) em topologia *feedforward*.

Finalmente, excitou-se o duto com um sinal de ruído branco. O resultado do ensaio é mostrado na Fig. 5.5. Nota-se uma atenuação de aproximadamente 20 dB nas frequências inferiores a 300 Hz.

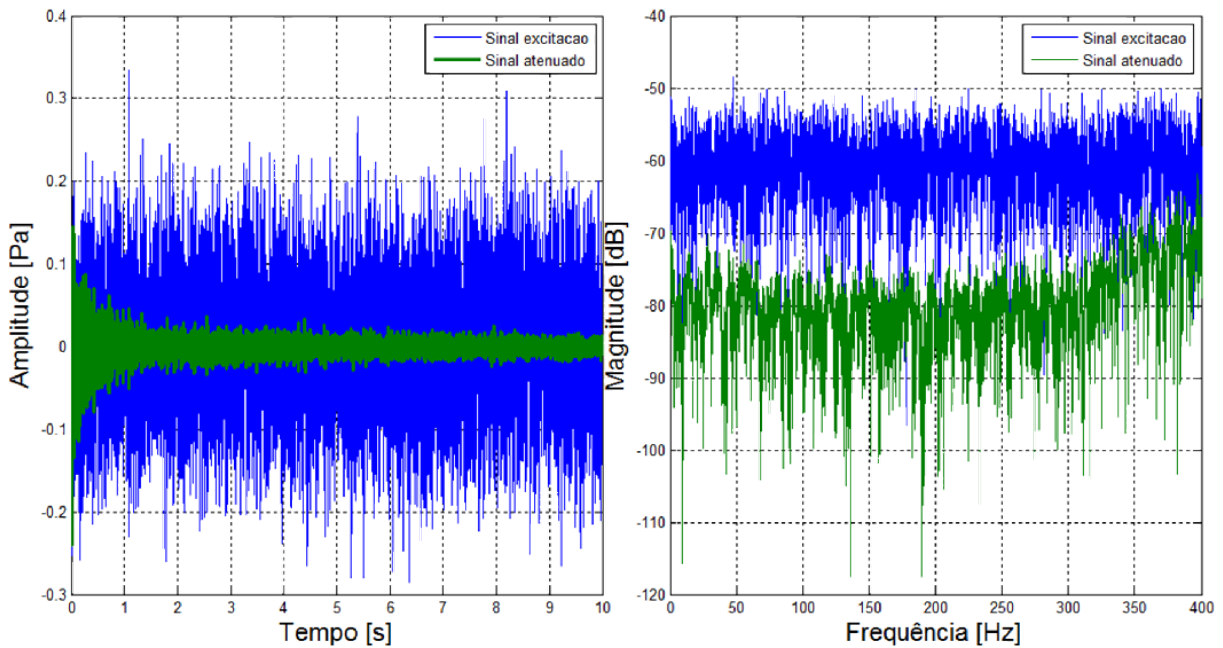


Figura 5.5 Simulação de controle  $Fx$ -NLMS para excitação com ruído branco em topologia *feedforward*.

### 5.3 Simulação de controle *Fx-RLS* em topologia *Feedforward*

A seguir são mostrados os ensaios realizados com o controlador *Fx-RLS* em topologia *feedforward*. O resultado obtido para a utilização do ruído multi tonal característico da Eq. (5.1) é apresentada na Fig. 5.6.

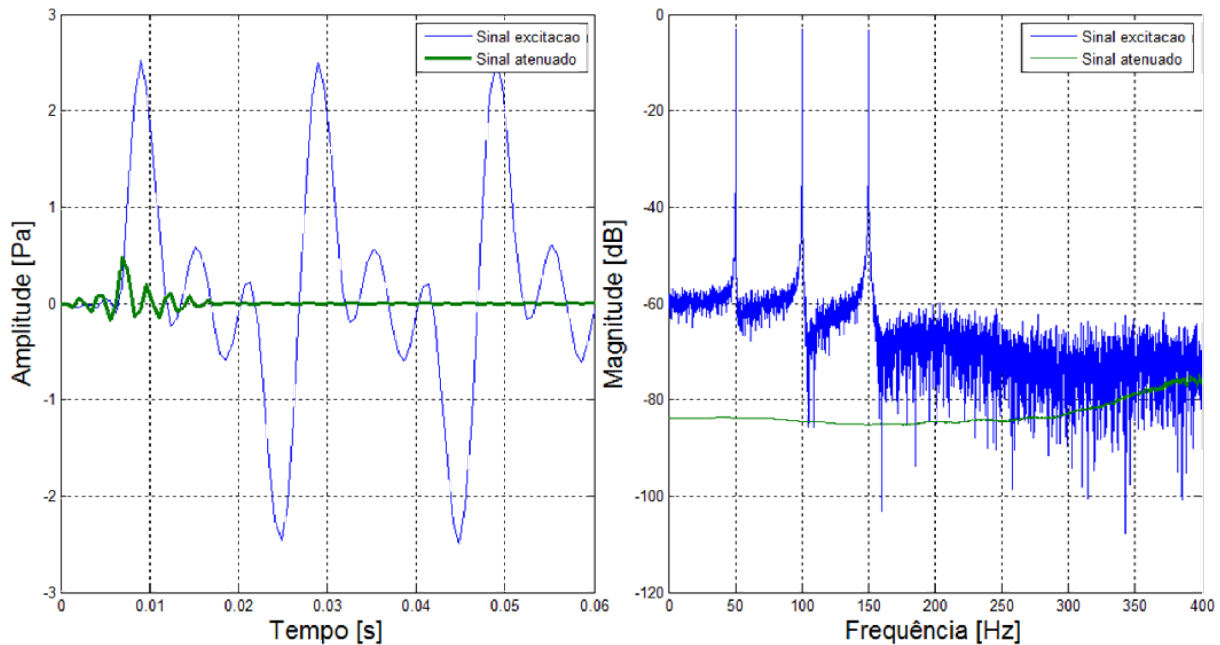


Figura 5.6 Simulação de controle *Fx-RLS* para excitação com o sinal característico da Eq. (5.1) em topologia *feedforward*.

Os índices de atenuação obtidos, nas três frequências de excitação, são reunidos na Tab. (5.4). O tempo de convergência alcançado, por outro lado, foi de 0.015 segundos.

Tabela 5.4 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle *Fx-RLS* em topologia *feedforward* excitado com o sinal característico da Eq. (5.1).

Frequência [Hz]	Índice de atenuação [dB]
$f_1 = 50$	80.96
$f_2 = 100$	81.44
$f_3 = 150$	81.92

Nota-se, a partir da Fig. 5.6 e da Tab. 5.4, um incremento substancial nos índices de atenuação obtidos, além de uma grande redução do tempo de convergência, em relação aos dados obtidos a partir da utilização do controlador *Fx-NLMS* em topologia *feedforward*.

A seguir, ilustrados nas Figs. 5.7 a 5.9, apresenta-se os dados obtidos nas simulações realizadas excitando-se o sistemas com uma senóide de amplitude 1 Pa e frequência 150 Hz acrescida de um ruído branco com *SNR* (*Signal Noise Ratio*) iguais a 10 dB, 30 dB e 50 dB.

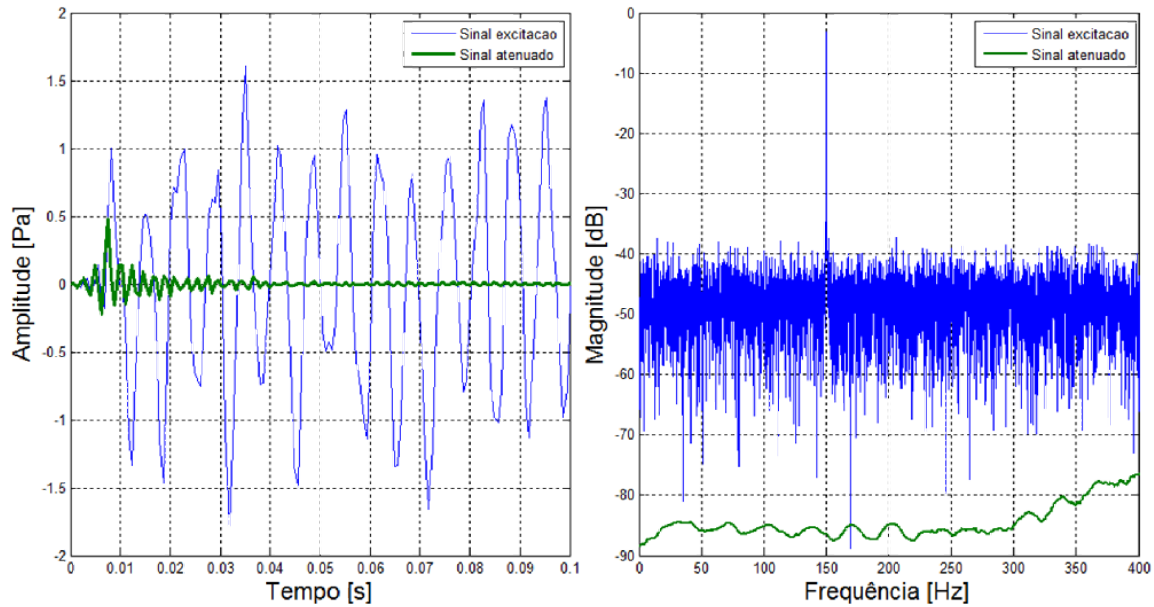


Figura 5.7 Simulação de controle *Fx-RLS* para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco (*SNR* igual a 10 dB) em topologia *feedforward*.

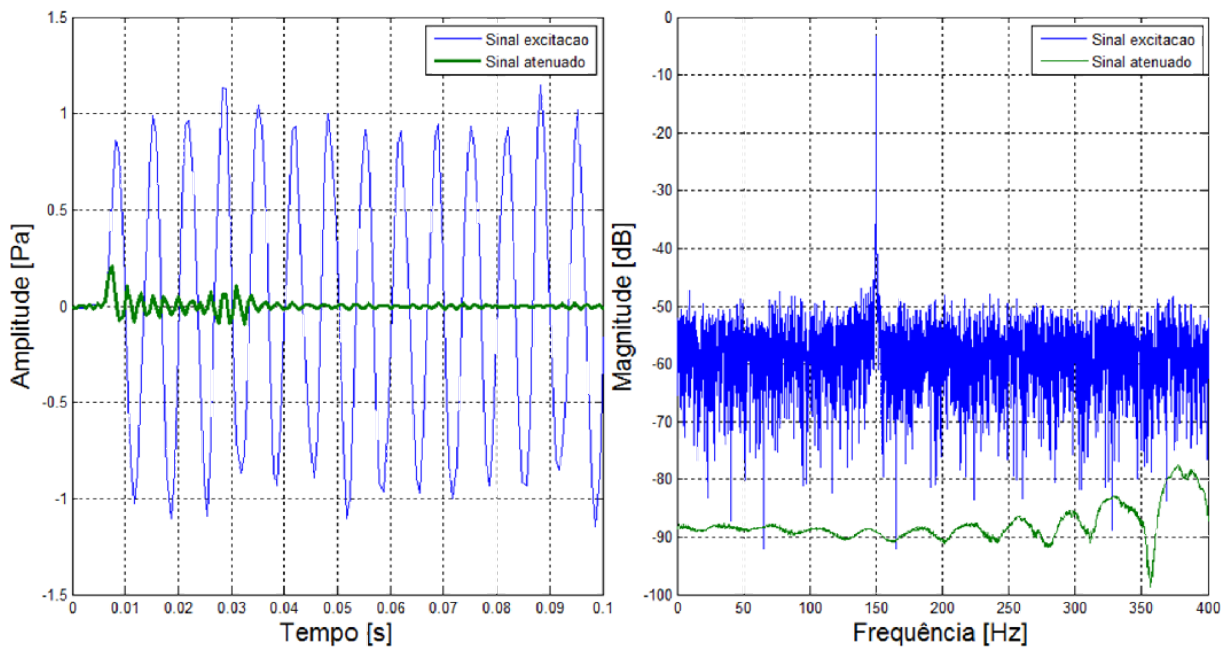


Figura 5.8 Simulação de controle *Fx-RLS* para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco (*SNR* igual a 30 dB) em topologia *feedforward*.

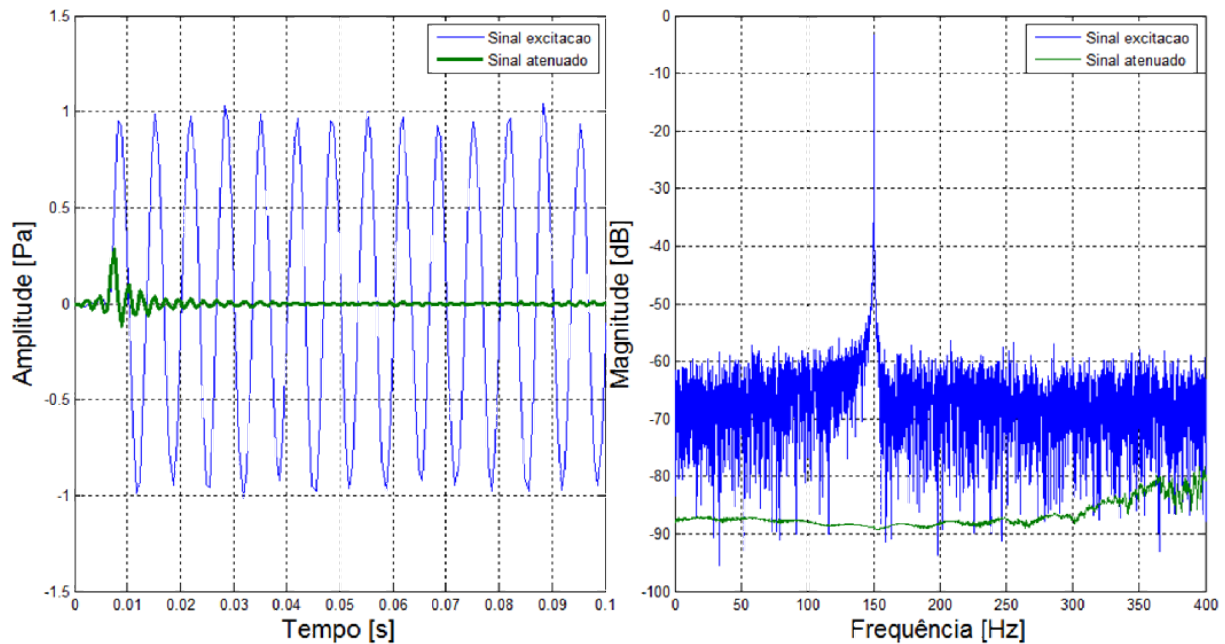


Figura 5.9 Simulação de controle  $Fx$ -RLS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$  igual a 50 dB) em topologia *feedforward*.

A Tabela (5.5) reúne os valores dos índices de atenuação alcançados na frequência de interesse (150 Hz) para cada uma destas situações.

Tabela 5.5 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse, na Simulação de controle  $Fx$ -RLS após adição de ruído.

$SNR$ [dB]	Índice de atenuação [dB]
10	83.11
30	85.43
50	85.62

Novamente, é notável o aumento de desempenho (índice de atenuação e tempo de convergência), observado pela utilização do  $Fx$ -RLS em detrimento do  $Fx$ -NLMS em topologia *feedforward*.

A Figura 5.10, por sua vez, mostra o resultado obtido a partir da utilização de um ruído branco como sinal de excitação do duto. É possível notar que a atenuação alcançada é de aproximadamente 35 dB, superando mais uma vez a utilização do  $Fx$ -NLMS em topologia *feedforward*. O tempo de convergência alcançado, por outro lado, foi de aproximadamente 0.1 segundos.

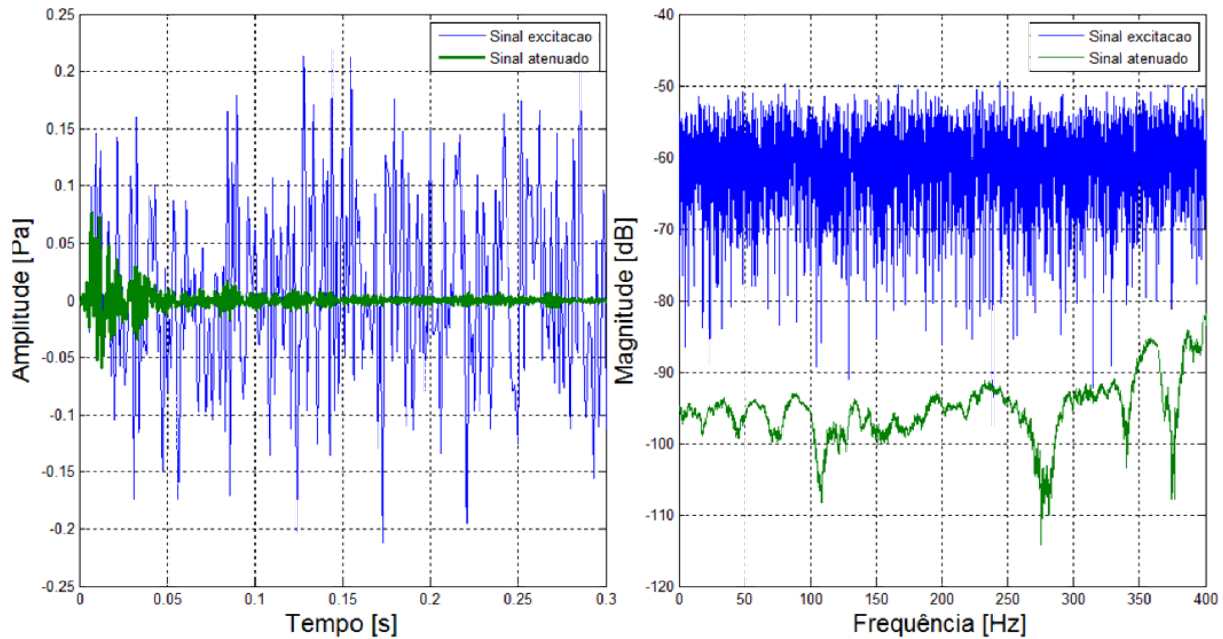


Figura 5.10 Simulação de controle *Fx-RLS* para excitação com ruído branco em topologia *feedforward*.

#### 5.4 Simulação de controle *Fx-NLMS* em topologia *Feedback*

As simulações com topologia *Feedback* foram implementadas utilizando-se somente o sinal de banda estreita multi tonal descrito na Eq. (5.2) e Tab. (5.6).

$$x(t) = A_1 \text{sen}(2\pi f_1 t) + A_2 \text{sen}(2\pi f_2 t) + A_3 \text{sen}(2\pi f_3 t). \quad (5.2)$$

Tabela 5.6 – Parâmetros dos ensaios realizados

Controle <i>Fx-NLMS</i> e <i>Fx-RLS</i>	Número de coeficientes	Amplitude [Pa]	Frequência [Hz]
<i>Feedback</i>	50	$A_1 = 1$	$f_1 = 50$
<i>Feedback</i>	50	$A_2 = 1$	$f_2 = 100$
<i>Feedback</i>	50	$A_3 = 1$	$f_3 = 150$

A Figura 5.11 apresenta os sinais no domínio do tempo e a densidade espectral de potência do sinal de excitação e do sinal de erro para o sistema com e sem controle.

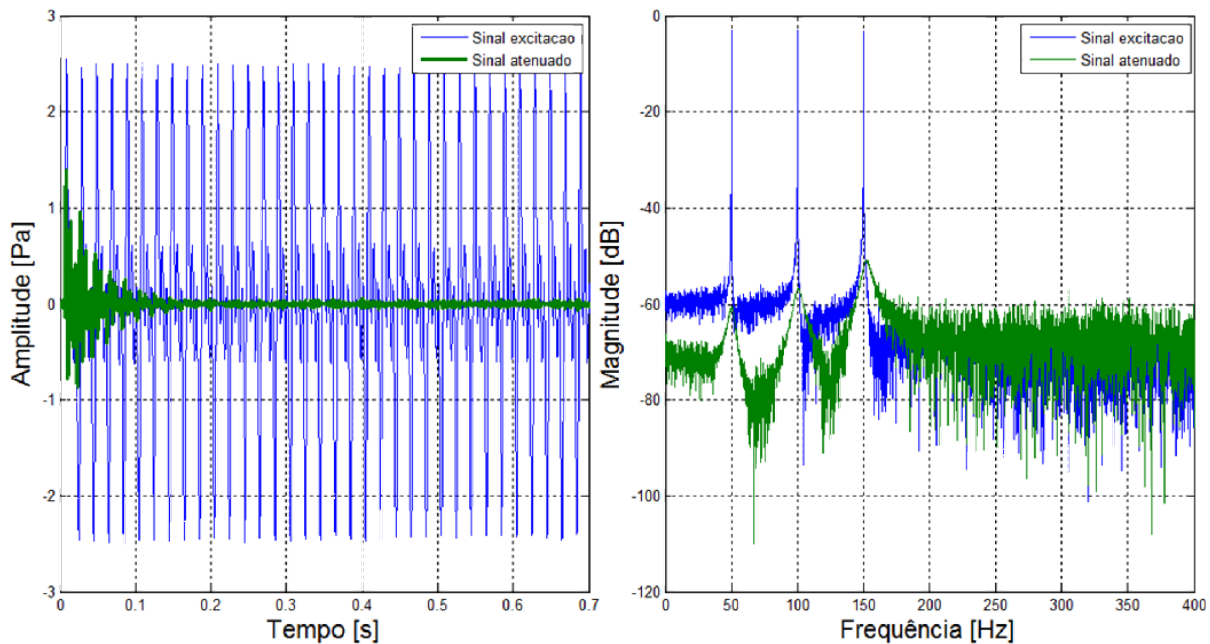


Figura 5.11 Simulação de controle *Fx-NLMS* para excitação com o sinal característico da Eq. (5.2) em topologia *feedback*.

Os índices de atenuação obtidos, nas frequências de operação indicadas, são reunidos na Tab. (5.7). Observa-se que a atenuação alcançada é maior que a produzida pela utilização do controlador *Fx-NLMS* em topologia *feedforward* (Tab. (5.2)), não superando, porém os resultados observados pela utilização do *Fx-RLS* nesta mesma topologia. O tempo de convergência alcançado, por outro lado, foi de 0.2 segundos.

Tabela 5.7 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle *Fx-NLMS* excitado com o sinal característico da Eq. (5.2).

Frequência [Hz]	Índice de atenuação [dB]
$f_1 = 50$	57.794
$f_2 = 100$	54.10
$f_3 = 150$	49.20

### 5.5 Simulação de controle *Fx-RLS* em topologia *Feedback*

Ainda utilizando-se da topologia *feedback*, o controlador *Fx-RLS* foi testado para o sinal descrito na Eq. (5.2). A Figura 5.12 tem como objetivo ilustrar o comportamento do sinal de excitação e do sinal de erro para o sistema com e sem controle.

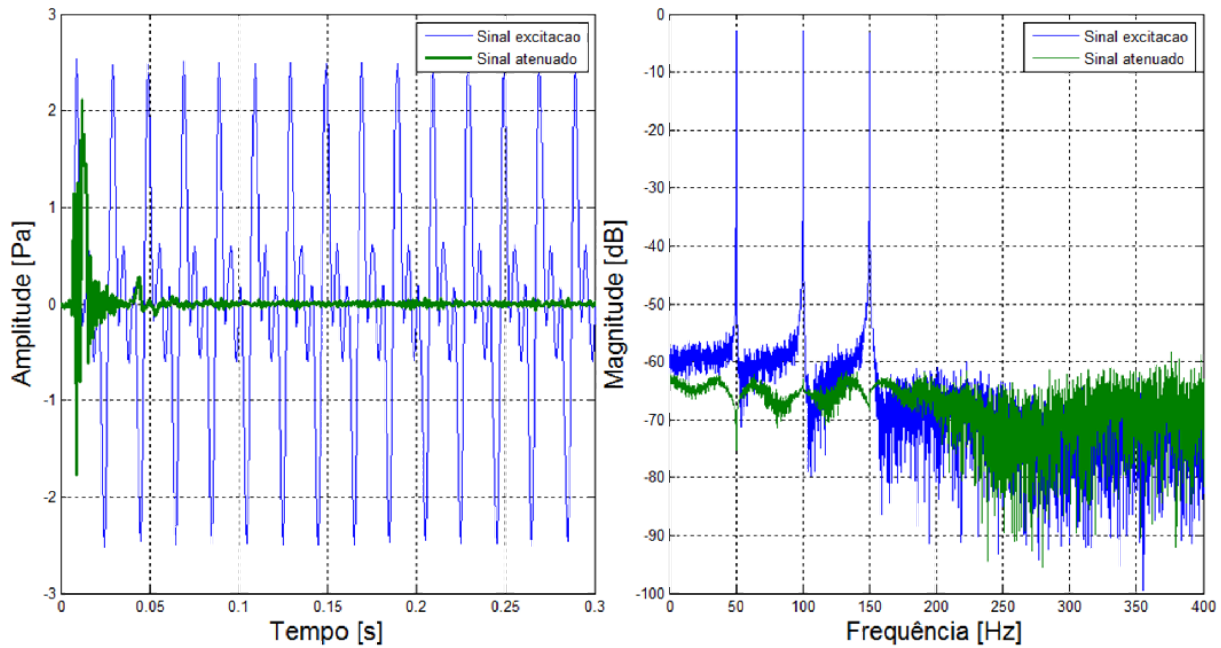


Figura 5.12 Simulação de controle *Fx-RLS* para excitação com o sinal característico da Eq. (5.2) em topologia *feedback*.

A Tabela (5.8.) sumariza os resultados observados para os índices de atenuação nas frequências de trabalho. O tempo de convergência alcançado, por outro lado, foi de 0.05 segundos.

Tabela 5.8 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle *Fx-RLS* excitado com o sinal característico da Eq. (5.2).

Frequência [Hz]	Índice de atenuação [dB]
$f_1 = 50$	72.46
$f_2 = 100$	59.64
$f_3 = 150$	63.30

Nota-se um pequeno aumento nos índices de atenuação obtidos para as frequências de 50 Hz e 150 Hz, enquanto que é verificada uma pequena diminuição na atenuação observada para a frequência de 100 Hz. Estes índices, no entanto, foram alcançados com uma velocidade de convergência maior que a observada quando feita a utilização do *Fx-NLMS*.



### 5.6 Simulação de controle *Fx-NLMS* em topologia Híbrida

A simulação numérica realizada para um sistema de controle baseado no *Fx-NLMS* em topologia híbrida também foi realizada e é apresentada na Fig. 5.13 para o sinal multi tonal de frequências 50 Hz, 10 Hz e 150 Hz descrito pela Eq. (5.2). Os índices de atenuação obtidos para as frequências de interesse são mostrados na Tab. (5.9). O tempo de convergência alcançado foi de 0.07 segundos.

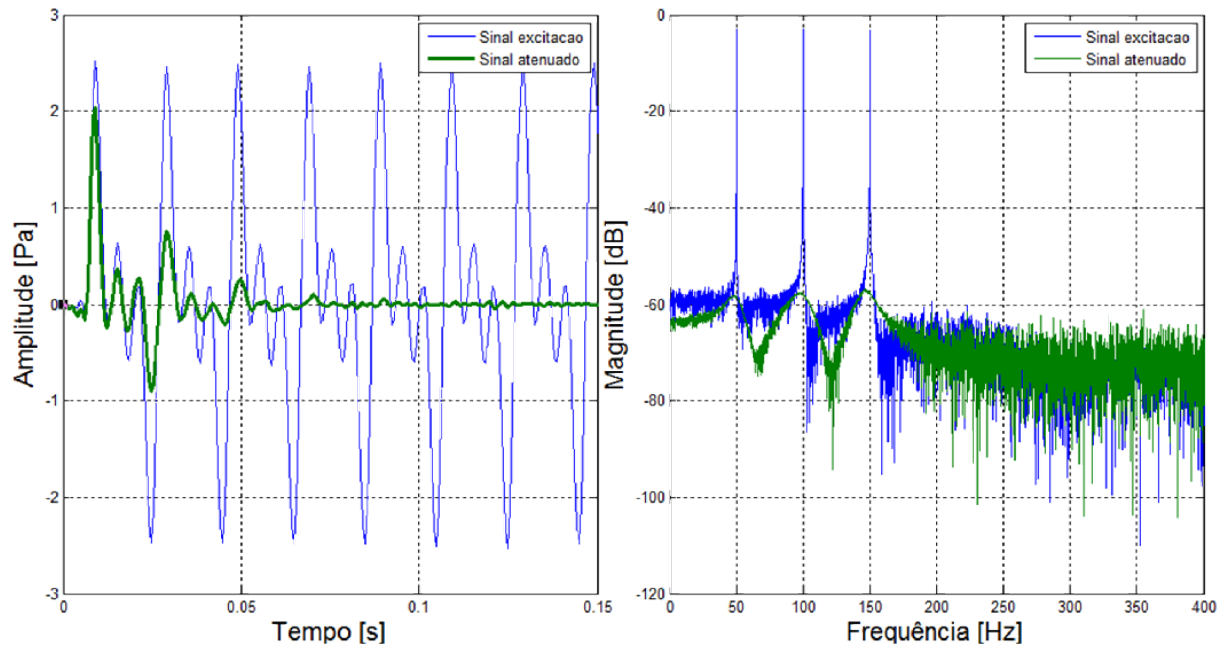


Figura 5.13 Simulação de controle *Fx-NLMS* para excitação com o sinal característico da Eq. (5.2) em topologia híbrida.

Tabela 5.9 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle *Fx-NLMS* excitado com o sinal característico da Eq. (5.2).

Frequência [Hz]	Índice de atenuação [dB]
$f_1 = 50$	55.53
$f_2 = 100$	55.10
$f_3 = 150$	54.17

Nota-se que a utilização da topologia híbrida baseado no controlador *Fx-NLMS* produziu um índice de atenuação maior que o obtido em topologia *feedforward* com este mesmo controlador e uma taxa de convergência menor que a observada tanto na topologia *feedforward* quanto na *feedback*.



A seguir, ilustrados nas Figs. 5.14 a 5.16, apresenta-se os dados obtidos nas simulações realizadas excitando-se o sistema com uma senóide de amplitude 1 Pa e 150 Hz de frequência acrescida de um ruído branco com  $SNR$  (Signal Noise Ratio) iguais a 10 dB, 30 dB e 50 dB, respectivamente. O tempo de convergência alcançado novamente se mostrou dependente da relação sinal ruído utilizada, decrescendo a medida que esta era incrementada.

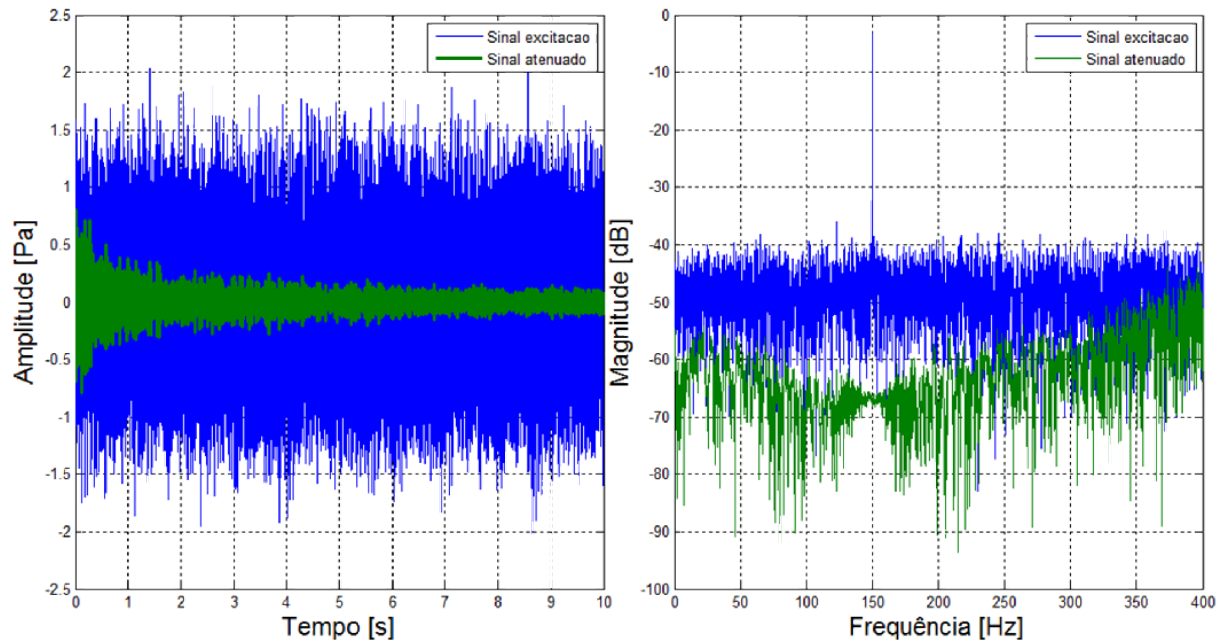


Figura 5.14 Simulação de controle  $Fx-NLMS$  para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$  igual a 10 dB) em topologia híbrida.

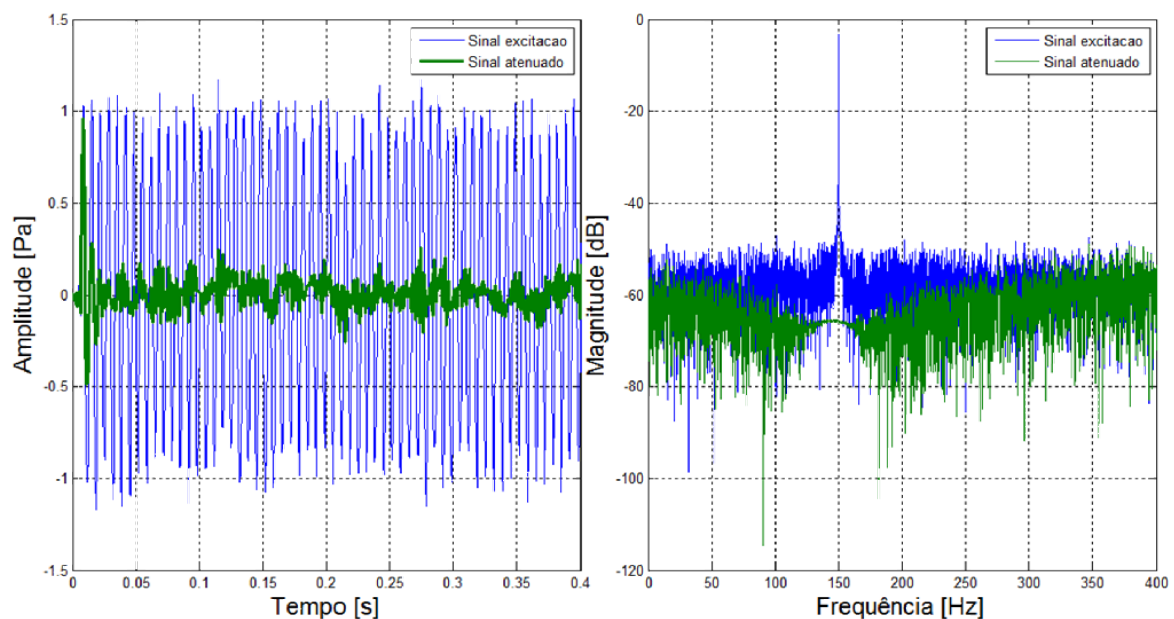


Figura 5.15 Simulação de controle  $Fx-NLMS$  para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco ( $SNR$  igual a 30 dB) em topologia híbrida.

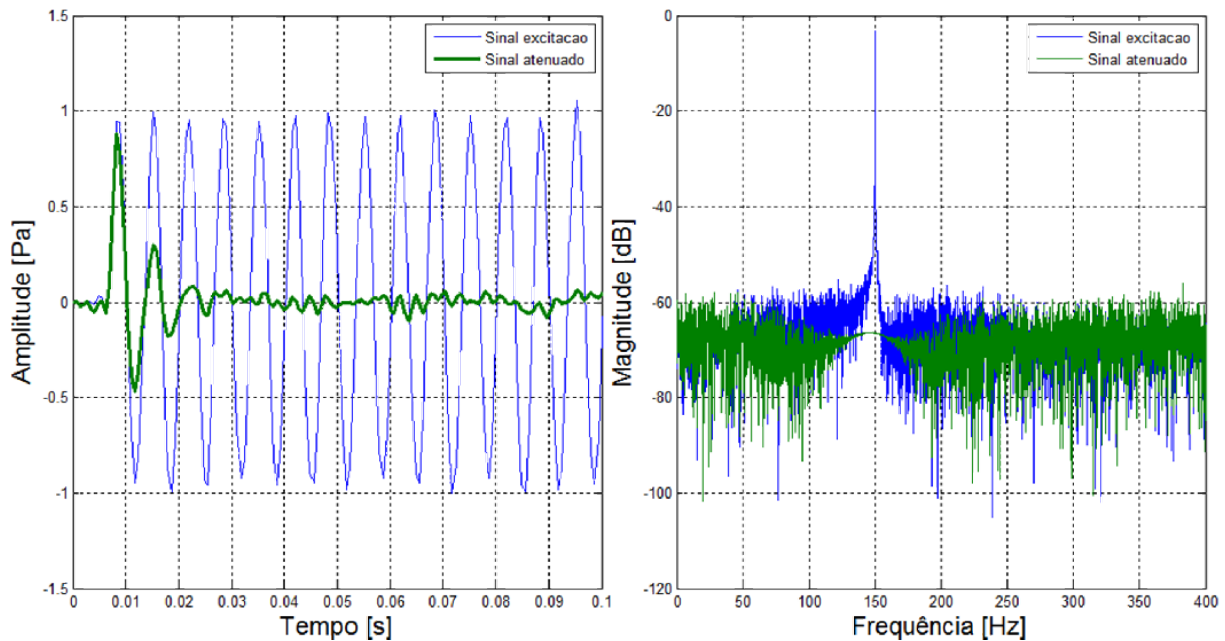


Figura 5.16 Simulação de controle *Fx-NLMS* para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco (*SNR* igual a 50 dB) em topologia híbrida.

A Tabela (5.10) reúne os valores dos índices de atenuação alcançados na frequência de interesse para cada uma das situações descritas. Observa-se um índice de atenuação ainda maior que o observado na topologia *feedforward* quando utilizado o algoritmo de controle *Fx-NLMS*.

Tabela 5.10 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse, na Simulação de controle *Fx-NLMS* após adição de ruído.

<i>SNR</i> [dB]	Índice de atenuação [dB]
10	64.78
30	62.33
50	63.17

A Figura 5.17, por sua vez, ilustra o resultado obtido para a simulação em topologia híbrida de um sistema CAR excitado por um ruído branco. Nota-se um índice de atenuação médio de 25 dB nas frequências inferiores a 250 Hz, superior ao observado quando aplicada a topologia *feedforward* com este mesmo controlador.

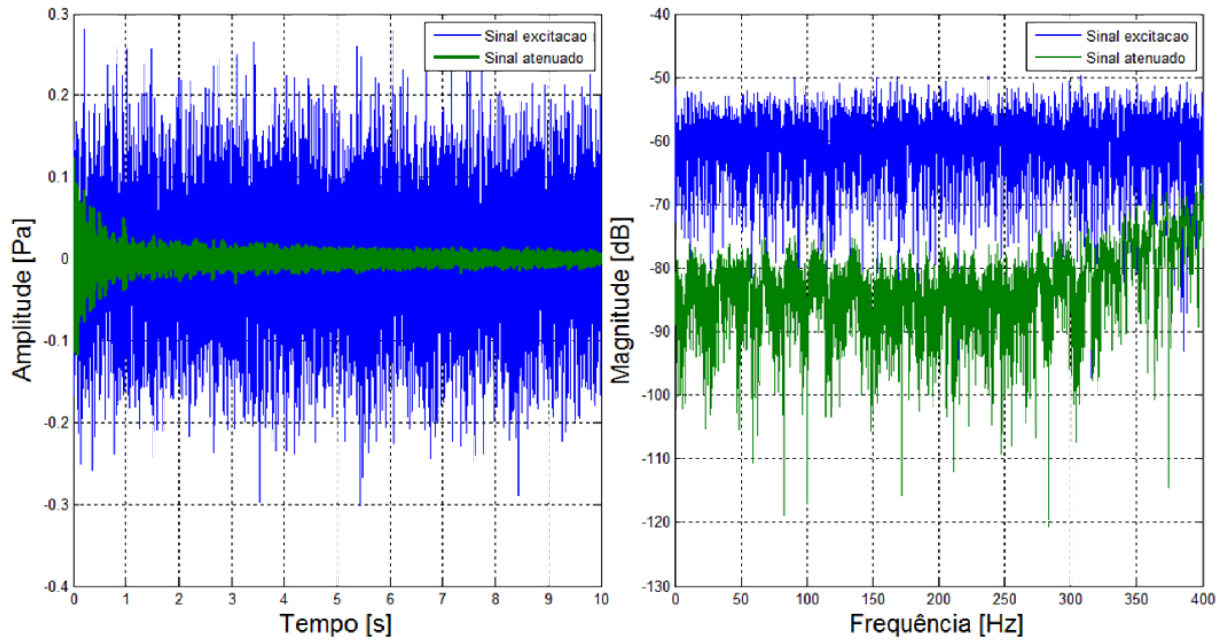


Figura 5.17 Simulação de controle  $Fx\text{-NLMS}$  para excitação com ruído branco em topologia híbrida.

### 5.7 Simulação de controle $Fx\text{-RLS}$ em topologia Híbrida

A simulação numérica realizada para um sistema de controle baseado no  $Fx\text{-RLS}$  em topologia híbrida é apresentada nesta seção. Na Figura 5.18, o resultado obtido para um ensaio realizado com o sinal multi tonal (senóides de 50 Hz, 100 Hz e 150 Hz) descrito pela Eq. (5.2) é apresentado. O tempo de convergência alcançado, por outro lado, foi de 0.015 segundos.

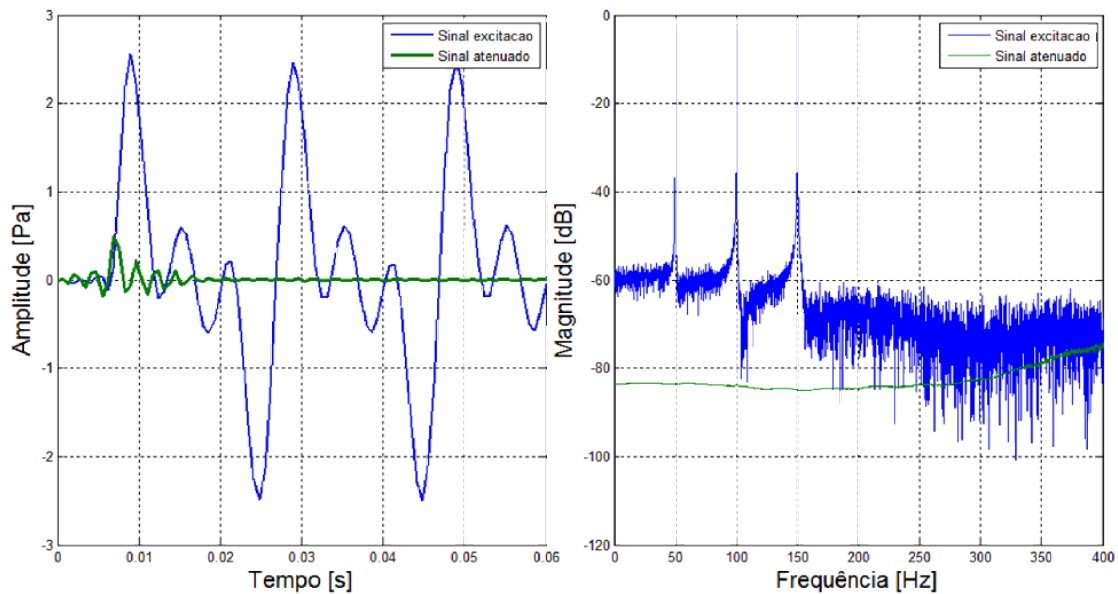


Figura 5.18 Simulação de controle  $Fx\text{-RLS}$  para excitação com o sinal característico da Eq. (5.2) em topologia híbrida.

Os índices de atenuação obtidos para as frequências de interesse nessa situação são mostrados na Tab. (5.11). Nota-se um incremento aproximado de menos de 2 dB no índice de atenuação alcançado, quando comparado aos resultados da topologia *feedforward*, apresentando porém em uma taxa de convergência maior.

Tabela 5.11 – Índices de atenuação obtidos, para as frequências de interesse, na Simulação de controle *Fx-RLS* em topologia híbrida excitado com o sinal característico da Eq. (5.2).

Frequência [Hz]	Índice de atenuação [dB]
$f_1 = 50$	80.68
$f_2 = 100$	80.93
$f_3 = 150$	81.61

A seguir, ilustrados nas Figs. 5.19 a 5.21, apresenta-se os dados obtidos nas simulações realizadas excitando-se o sistema com uma senóide de amplitude 1 Pa e frequência 150 Hz acrescida de um ruído branco de *SNR* (*Signal Noise Ratio*) iguais a 10 dB, 30 dB e 50 dB.

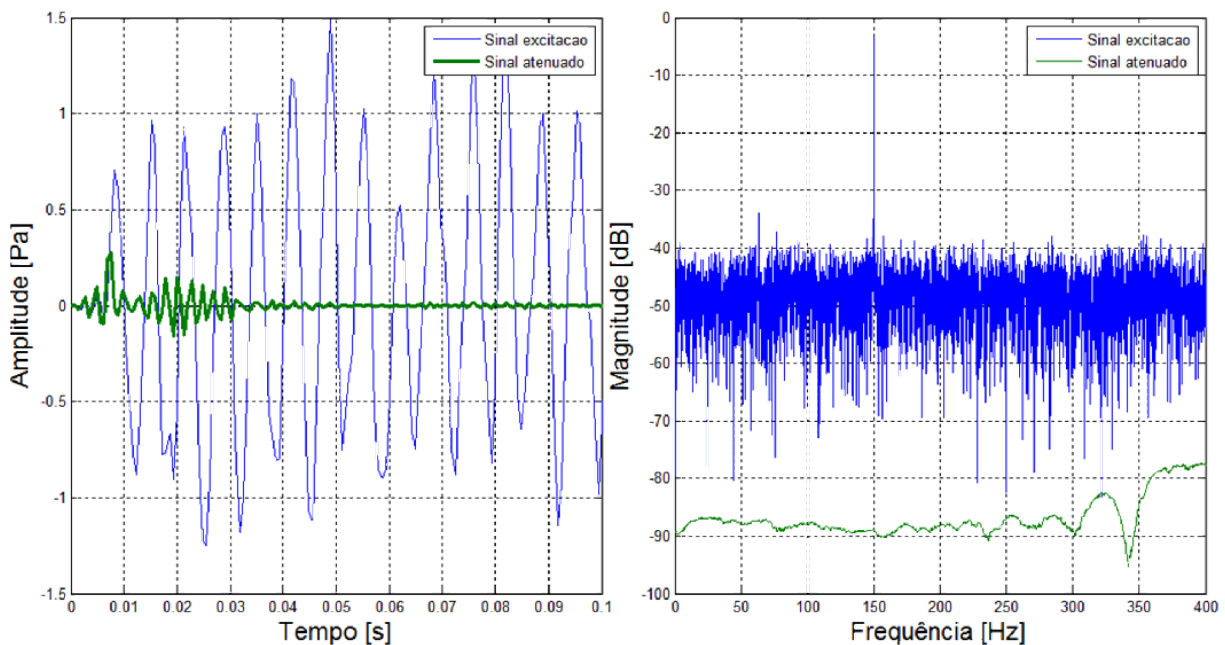


Figura 5.19 Simulação de controle *Fx-RLS* para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco (*SNR* igual a 10 dB) em topologia híbrida.

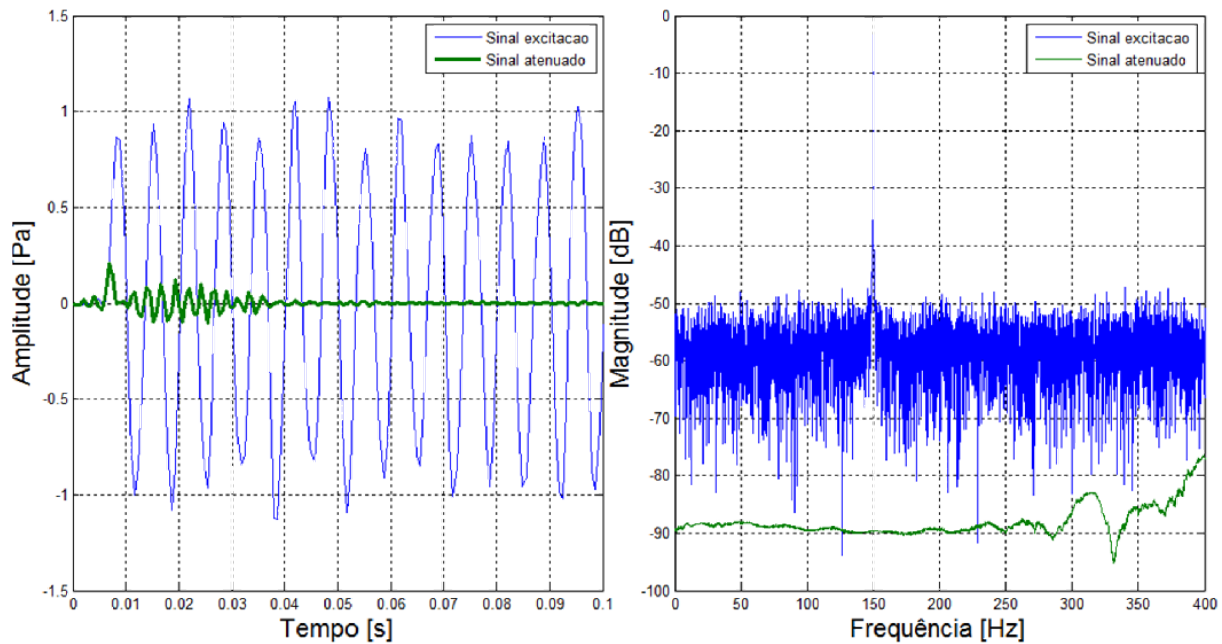


Figura 5.20 Simulação de controle  $Fx$ -RLS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco (SNR igual a 30 dB) em topologia híbrida.

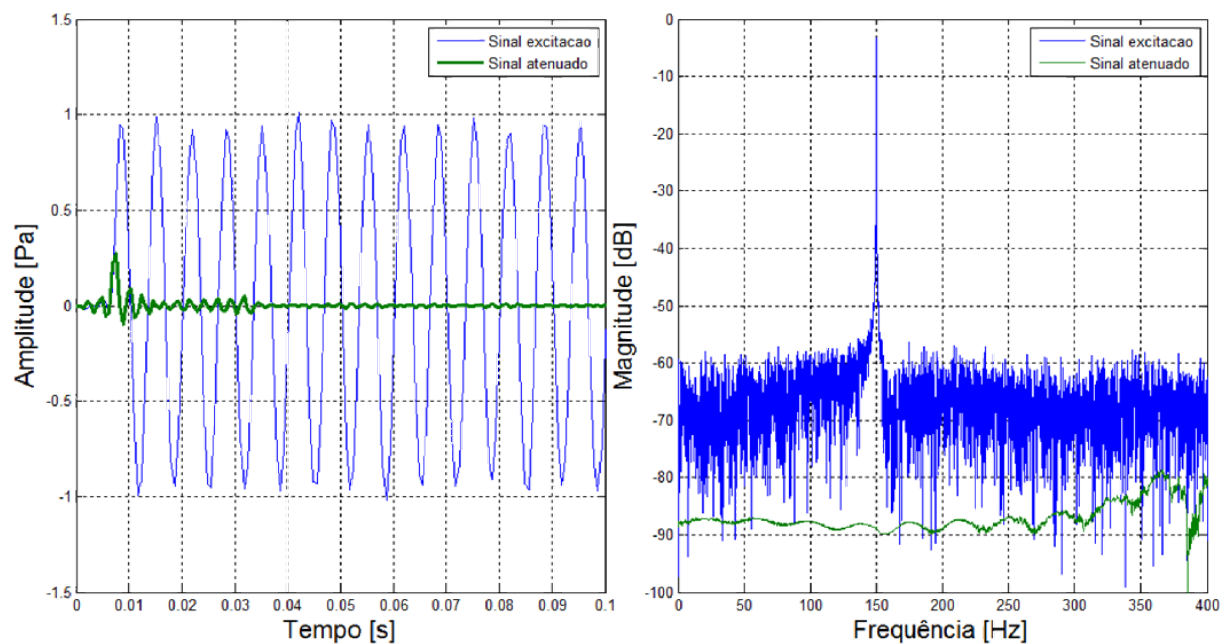


Figura 5.21 Simulação de controle  $Fx$ -RLS para excitação com uma senóide acrescida de ruído branco (SNR igual a 50 dB) em topologia híbrida.

A Tabela (5.12) reúne os valores dos índices de atenuação alcançados na frequência de interesse para cada uma das situações. Observa-se um pequeno incremento de performance nas situações caracterizadas pelo ruído de SNR de 10 dB e 50 dB, se comparada a utilização do  $Fx$ -RLS em topologia *feedforward*.

Tabela 5.12 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse, na Simulação de controle *Fx-RLS* após adição de ruído.

<i>SNR [dB]</i>	Índice de atenuação [dB]
10	85.30
30	86.19
50	85.41

A Figura 5.17, por sua vez, ilustra o resultado obtido para a simulação em topologia híbrida de um sistema CAR excitado por um ruído branco. Nota-se um índice de atenuação médio de 35 dB.

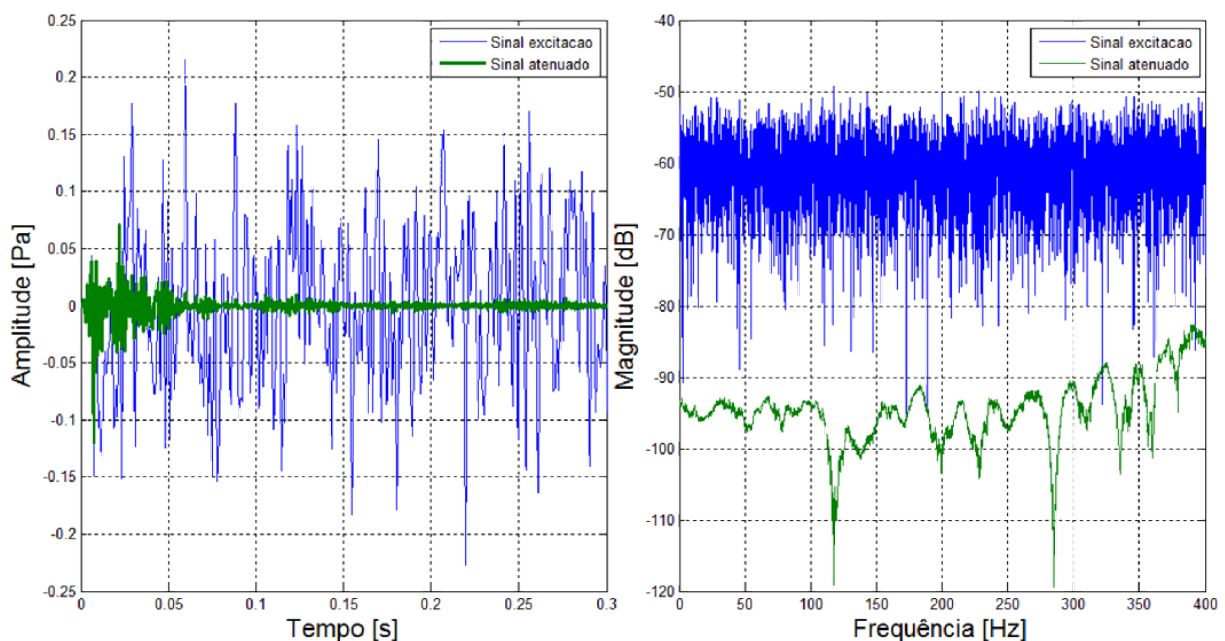


Figura 5.22 Simulação de controle *Fx-RLS* para excitação com ruído branco em topologia híbrida.

## 5.8 Síntese de resultados

O resultado dos ensaios numéricos realizados permitiram a validação e avaliação dos algoritmos implementados e das topologias utilizadas.

Em todas as situações, seja na utilização da topologia *feedforward*, *feedback* ou híbrida, os índices de atenuação alcançados foram consideráveis.

Em geral, notou-se que a utilização do controlador *Fx-RLS* produziu índices de atenuação maiores e tempo de convergência menores que os produzidos pelo controlador *Fx-NLMS* em contextos similares (Tab. (5.13) para a topologia *feedforward* e Tab. (5.14) para a topologia *feedback*).

Tabela 5.13 – Índices de atenuação obtidos para as frequências de interesse, na Simulação de controle *Fx-NLMS* e *Fx-RLS* em topologia feedforward.

Frequência [Hz]	Índice de atenuação [dB] <i>NLMS</i>	Índice de atenuação [dB] <i>RLS</i>
$f_1 = 50$	48.22	80.96
$f_2 = 100$	48.71	81.44
$f_3 = 150$	48.70	81.92

Tabela 5.14 – Índices de atenuação obtidos para as frequências de interesse, na Simulação de controle *Fx-NLMS* e *Fx-RLS* em topologia feedback.

Frequência [Hz]	Índice de atenuação [dB] <i>NLMS</i>	Índice de atenuação [dB] <i>RLS</i>
$f_1 = 50$	59.79	72.46
$f_2 = 100$	54.10	59.64
$f_3 = 150$	49.20	63.30

Observou-se ainda que a utilização da topologia *feedback* para sinais de banda estreita é capaz de produzir altos índices de atenuação, inclusive, em alguns momentos, superiores aos observados nas outras topologias.

Notou-se que a utilização da topologia tipo híbrida superou a utilização das topologias *feedforward* e *feedback* quando utilizado o algoritmo *Fx-NLMS*, porém, não produziu resultados muito superiores quando utilizado o algoritmo *Fx-RLS*, se levada em consideração o custo computacional que é acrescido para a utilização de dois controladores, como exemplifica a Tab. (5.15).

Tabela 5.15 – Índice de atenuação obtidos para a frequência de interesse (150 Hz), na Simulação de controle *Fx-NLMS* e *Fx-RLS* após adição de ruído em topologia feedforward e híbrida.

<i>SNR</i> [dB]	Índice de atenuação [dB] <i>NLMS Feedforward</i>	Índice de atenuação [dB] <i>NLMS híbrido</i>	Índice de atenuação [dB] <i>RLS Feedforward</i>	Índice de atenuação [dB] <i>RLS híbrido</i>
10	55.71	64.78	83.11	85.30
30	56.89	62.33	85.43	86.19
50	57.24	63.17	85.62	85.41

Ressalta-se, porém, que nem todos os índices aqui observados podem ser esperados em um trabalho de cunho experimental, vide a inclusão de diversos fatores que tornam o sistema mais crítico e longe do ideal (inclusão das funções de transferências dos atuadores e sensores, existência de ruído nos circuitos de

instrumentação, deficiência na estimação da função de transferência do Caminho Secundário etc.).



## 6. CONCLUSÕES E PRÓXIMAS ETAPAS

Neste trabalho foi apresentado o desenvolvimento dos passos necessários para a simulação de um sistema de Controle Ativo de Ruído monocal de topologia *feedforward*, *feedback* e híbrida em dutos acústicos com propagação de ondas planas.

Um modelo analítico e invariante no tempo foi estudado e utilizado para construir o diagrama de controle em ambiente *Matlab*<sup>®</sup>, que se mostrou uma poderosa ferramenta.

Os algoritmos adaptativos de controle *Fx-NLMS* e *Fx-RLS* foram implementados e simulações foram realizadas no intuito de avaliar os seus comportamentos sob diferentes condições.

De forma geral, ficou comprovado que o Controle Ativo de Ruído utilizando os filtros adaptativos *Fx-NLMS* e *Fx-RLS* constitui uma estratégia viável, pois praticam a atenuação do ruído indesejado baseando-se no princípio da interferência destrutiva de ondas acústicas.

Testes realizados com o algoritmo *LMS* comprovaram que a velocidade de convergência do sistema CAR ao seu estado estacionário decresce à medida que o passo de convergência é reduzido. O ajuste do passo de adaptação, no entanto, mostrou-se um empecilho à implementação de sistemas CAR quando se desconhece o sinal de excitação do duto, uma vez que este pode levar o sistema à instabilidade.

No intuito de evitar que o valor do passo de adaptação fosse posicionado fora do critério de estabilidade, implementou-se a alternativa de passo adaptável que origina o algoritmo *NLMS*. Esta se mostrou, baseado nos estudos realizados, bastante confiável.

Tanto o controlador *Fx-NLMS* quanto o *Fx-RLS* se mostraram eficientes para as análises realizadas, alcançando ótimos índices de atenuação tanto na topologia *feedforward*, quanto na topologia *feedback* e híbrida.

Os ensaios numéricos em topologia *feedforward* e híbrida demonstraram que estes tipos de configuração podem ser utilizadas para a atenuação de ruídos de banda estreita e banda larga. As duas abordagens produziram resultados satisfatórios, destacando-se o controlador *Fx-RLS* pelos índices de atenuação obtidos e pela alta velocidade de convergência.

Nos ensaios realizados na topologia *feedback* de banda estreita, ambos os controladores (*Fx-NLMS* e *Fx-RLS*) alcançaram altos índices de atenuação, salientando o bom funcionamento do método de estimação do sinal de referência e se mostrando uma alternativa viável quando o sinal de referência não pode ser adquirido.

Ressalta-se que o maior desempenho observado com a utilização do controlador *Fx-RLS* se dá em troca de um grande aumento de carga computacional. Sendo assim, um processo de simulação de um sistema CAR antes mesmo da sua implementação física se mostra uma alternativa bastante interessante pois permite ao projetista realizar uma boa escolha no que diz respeito à determinação dos melhores parâmetros e tipo do controlador que atenda aos requisitos da sua aplicação.

Além disso, a simulação de sistemas CAR possibilita a otimização da resposta do sistema através do ajuste de parâmetros como as posições dos sensores e atuadores, inviáveis de ser constantemente ajustadas diretamente na planta física (Almeida Jr., Nunes, & Lopes, 2013).

Depois de realizadas as considerações finais descritas, aponta-se como futuro para o desenvolvimento deste trabalho o ajuste dos modelos matemáticos aqui estudados, seja por outras técnicas analíticas ou baseado em dados experimentais, bem como o estudo de algoritmos de controle mais eficientes e a sua implementação experimental.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT. (1987). NBR 10152: Níveis de ruído para conforto acústico.
- ABNT. (2000). NBR 10151: Acústica - Avaliação do ruído em áreas habitadas , visando o conforto da comunidade - Procedimento.
- Akhtar, M. T., & Mitsuhashi, W. (2009). Hybrid Active Noise Control System for Correlated and Uncorrelated Noise Sources. *Proceedings of the 6th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis*, 17–21.
- Almeida Jr., A. B., Nunes, M. A. de A., & Lopes, R. V. (2013). Metodologia de simulação do controle ativo de ruído em dutos acústicos: finitos: abordagem analítica e numérica. *CONEM 2014*.
- Barros, E. de A. (1998). *Ruídos Ocupacionais: Seus Efeitos e Suas Leis*. CEFAC.
- Capdevila, R., Coll, L., Romeu, J., Saluen, X., & Jime, S. (2001). Active noise control in ducts in presence of standing waves . Its influence on feedback effect, 62, 3–14.
- Carezia, A. H. C. C. (2002). Redução Adaptativa de Eco e de Ruído para terminais Viva-Voz.
- Condori, R. P. (2012). CANCELAMENTO DE RETORNO LOCAL EM APARELHOS TELEFÔNICOS PARA DEFICIENTES AUDITIVOS.
- Delfino, L. C. (2005). *Controle ativo de ruído em dutos utilizando processadores digitais de sinais*. Universidade Federal de Uberlândia.
- Fonseca, M. M. P. (2007). *Aplicação do processamento digital de sinais ao controle ativo de ruído em baixas frequências*.
- Haykin, S. (1996). *Adaptive filter theory* (3rd ed., p. 3). Prentice hall.
- Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. R., & Sander, J. V. (1999). *Fundamental of Acoustics* (4th ed., p. 560). John Wiley & Sons, Inc.
- Kuo, S. M., & Morgan, D. R. (1996). Active Noise Control Systems John Wiley & Sons, Inc 1996, 1996.
- Lessa, E. M. (2010). *Controle ativo de ruído em dutos de ventilação em navios e plataformas offshore*. Universidade do Rio de Janeiro.
- Lopez-Caudan, E. O. (2011). Active Noise Cancellation : The Unwanted Signal and the Hybrid Solution.
- Lueg, P; Process of silencing sound oscillations. U. S. Patent 2.043.416, June 9, 1936..pdf. (n.d.).

- Magalhães, R. da S. (2009). *Um Estudo sobre Estruturas de Modelos Matemáticos Paramétricos Tridimensionais para a Modelagem Dinâmica de Sistemas Vibro-Acústicos*. Universidade Federal da Bahia.
- Matsuo, M. V. (2012). *Estudo Sobre o Descasamento de Frequencia em Sistemas de Controle Ativo de Ruído para Ruídos de Banda Estreita*. Universidade Federal de Santa Catarina.
- Nelson, P. A., & Elliott, S. J. (1992). *Active Control of Sound*. San Diego: Academic Press.
- NR 15 - Atividades e Operações Insalubres. (2011).
- Nr 17 - Ergonomia. (2007).
- Nunes, M. A. de A. (2009). *Utilização de Síntese Modal de Componentes e Particionamento Axial de Dutos para Controle dos Modos Acústicos de Alta Ordem*. Universidade Federal de Uberlândia.
- Nuñez, I. J. C. (2005). *O controle ativo de ruído em dutos: um estudo teórico - experimental*. Universidade Federal de Uberlândia.
- Ogata, K. (2010). *Engenharia de Controle Moderno* (5th ed.). São Paulo: Pearson Prentice Hall.
- Olson, H. F., & May, E. G. (1953). Electronic Sound Absorber. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25, 1130–1136.
- Paonessa, A. (1994). The passive and active noise control strategy in the aircraft interior noise. *Journal de Physique IV*, 4.
- Pereira, R. R. (2011). ALGORITMOS ADAPTATIVOS PARA FILTROS ATIVOS DE POTÊNCIA.
- Pota, H. R., & Kelkar, A. G. (2001). Modeling and Control of Acoustic Ducts. *Journal of Vibration and Acoustics*, 123(January). doi:10.1115/1.1311793
- Riyanto, B. (2007). Real-time DSP Implementation of Active Noise Control for Broadband Noise Using Adaptive LMS Filter Algorithm. *International Conference on Electrical Engineering and Informatics*, 718–722.
- Sathler, C. S. F. (2009). *Controle Ativo de Ruído*. Universidade Federal do Paraná.
- Soares, Z. M. D. S. (1997). *Controle Ativo de Ruído de Banda Larga em Dutos*. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Somek, B., Dadic, M., & Maletic, M. (2001). Active Noise Control in Ducts. *Automatika*, 42, 5–12.

- Victor, I. C., & Bazzanella, S. L. (2012). Avaliação Ergonomica do Nível de Ruído e as Causa de Acidentes de Trabalho em Empresas Madeireiras. In *IX SEGeT 2012 - Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia*. Rio de Janeiro.
- Wong, Y.-J., Paurobally, R., & Pan, J. (2003). Hybrid active and passive control of fan noise. *Applied Acoustics*, 64(9), 885–901. doi:10.1016/S0003-682X(03)00049-5
- Zander, A. C., & Hansen, C. H. (1992). Active control of higher-order acoustic modes in ducts.
- Zimmer, B. J., Lipshitz, S. P., Morris, K. A., Vanderkooy, J., & Obasi, E. E. (2003). An Improved Acoustic Model for ACtive Noise Control in a Duct. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 125(September). doi:10.1115/1.1592192

## 8. APÊNDICE A – ALGORITMOS IMPLEMENTADOS PARA SIMULAÇÃO DE CAR

Neste apêndice é detalhada a implementação dos controladores *Fx-LMS* e *Fx-RLS* em topologia *feedforward*, *feedback* e híbrida, utilizados para realizar os ensaios numéricos apresentados no capítulo 5.

### A.1 Algoritmo *Fx-NLMS – Feedforward*

Um sistema CAR, dotado do algoritmo de controle *Fx-NLMS*, na topologia *feedforward*, pode ser implementado e simulado através da seguinte sequência de passos:

1. Inicialização dos coeficientes do filtro adaptativo  $w(i)_0$  e do parâmetro  $\alpha$ :

$$w(i)_0 = 0. \quad (A.1)$$

$$0 < \alpha < 2. \quad (A.2)$$

2. Leitura dos sinais de referência  $x(n)$  e do sinal de erro  $e(n)$ ;
3. Cálculo da saída do filtro  $y(n)$ :

$$y(n) = \sum_{i=0}^M w(i) x(n-i). \quad (A.3)$$

4. Cálculo da entrada filtrada  $x'(n)$ :

$$x'(n) = \sum_{i=0}^{N-1} S(i) x(n-i). \quad (A.4)$$

5. Atualização do passo de adaptação  $\mu(n)$ :

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{HP(n)}. \quad (A.5)$$

6. Atualização dos coeficientes de  $w$ :

$$w(n+1) = w(n) + \mu(n)e(n)x(n). \quad (A.6)$$

7. Faça  $n = n + 1$  e volte ao passo de número dois.

## A.2 Algoritmo *Fx-NLMS – Feedback*

A realização de um sistema CAR baseado no algoritmo *Fx-NLMS* e aplicado a topologia *feedback*, por sua vez, pode ser realizada através da seguinte sequência de passos:

1. Inicialização dos coeficientes do filtro adaptativo  $w(i)_0$  e do parâmetro  $\alpha$ :

$$w(i)_0 = 0. \quad (A.7)$$

$$0 < \alpha < 2. \quad (A.8)$$

2. Leitura do sinal de erro  $e(n)$ ;
3. Estimar a entrada do filtro  $x(n)$ :

$$x(n) = e(n) - \sum_{i=0}^M s(i) y(n-i). \quad (A.9)$$

4. Cálculo da saída do filtro  $y(n)$ :

$$y(n) = \sum_{i=0}^M w(i) x(n-i). \quad (A.10)$$

5. Cálculo da entrada filtrada  $x'(n)$ :

$$x'(n) = \sum_{i=0}^{N-1} S(i) x(n-i). \quad (A.11)$$

6. Cálculo do passo de adaptação  $\mu(n)$ :

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{HP(n)}. \quad (A.12)$$

7. Atualização dos coeficientes  $w$ :

$$w(n+1) = w(n) + \mu(n)e(n)x(n). \quad (A.13)$$

8. Faça  $n = n + 1$  e volte ao passo de número dois.

### A.3 Algoritmo *Fx-NLMS* – Híbrido

Um sistema CAR, realizado através controlador *Fx-NLMS*, na topologia híbrida, pode ser implementado e simulado através da seguinte sequência de passos:

1. Inicialização dos coeficientes dos filtros adaptativos *feedback* ( $w_{FB}(i)_0$ ), *feedforward* ( $w_{FF}(i)_0$ ) e do parâmetro  $\alpha$ :

$$w_{FF}(i)_0 = 0. \quad (A.14)$$

$$w_{FB}(i)_0 = 0. \quad (A.15)$$

$$0 < \alpha < 2. \quad (A.16)$$

2. Leitura de  $x(n)$ ,  $e(n)$ , e estimação do sinal de referencia do filtro *feedback*  $x_{FB}(n)$ ;

$$x_{FB}(n) = e(n) - \sum_{i=0}^M s(i) y(n-i). \quad (A.17)$$

3. Cálculo da saída do filtro *feedforward* ( $y_{FF}(n)$ ) e do filtro da saída *feedback* ( $y_{FB}(n)$ ):

$$y_{FF}(n) = \sum_{i=0}^M w_{FF(i)} x(n-i). \quad (A.18)$$

$$y_{FB}(n) = \sum_{i=0}^M w_{FB(i)} x_{FB}(n-i). \quad (A.19)$$

4. Cálculo da entrada filtrada para o filtro *feedforward* ( $x'(n)$ ) e *feedback* ( $x_{FB}'(n)$ ):

$$x'(n) = \sum_{i=0}^{N-1} S(i) x(n-i). \quad (A.20)$$

$$x_{FB}'(n) = \sum_{i=0}^{N-1} S(i) x_{FB}(n-i). \quad (A.21)$$

5. Cálculo do passo de adaptação  $\mu(n)$ :

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{HP(n)}. \quad (A.22)$$



6. Atualização dos coeficientes dos filtros:

$$w_{FF}(n + 1) = w_{FF}(n) + \mu(n)e(n)x(n). \quad (A.23)$$

$$w_{FB}(n + 1) = w_{FB}(n) + \mu(n)e(n)x_{FB}(n). \quad (A.24)$$

Faça  $n = n + 1$  e volte ao passo de numero dois.

#### A.4 Algoritmo *Fx-RLS – Feedforward*

A utilização do algoritmo *Fx-RLS* como ferramenta de adaptação dos coeficientes do controlador associado à topologia do tipo *feedforward* visando a implementação de um sistema CAR pode ser descrita da seguinte maneira:

1. Inicialização dos coeficientes do filtro adaptativo  $w(i)_0$  e da matriz de correlação  $P(0)$ :

$$w(i)_0 = 0. \quad (A.25)$$

$$P(0) = \delta^{-1}I. \quad (A.26)$$

2. Leitura dos sinais de referência  $x(n)$  e do sinal de erro  $e(n)$ ;
3. Cálculo da saída do filtro  $y(n)$ :

$$y(n) = \sum_{i=0}^M w(i) x(n-i). \quad (A.27)$$

4. Cálculo da entrada filtrada  $x'(n)$ :

$$x'(n) = \sum_{i=0}^{N-1} S(i) x(n-i). \quad (A.28)$$

5. Cálculo do vetor de ganho  $g(n)$ :

$$g(n) = \frac{\lambda^{-1}P(n-1)x'(n)}{1 + \lambda^{-1}x'^T(n)\lambda^{-1}P(n-1)x'(n)}. \quad (A.29)$$

6. Atualização dos coeficientes  $w_n$ :

$$w_n = w_{n-1} + e(n)g(n). \quad (A.30)$$

7. Cálculo da matriz inversa de correlação  $P(n)$ :

$$P(n) = \lambda^{-1}[P(n-1) - g(n)x'^T(n)P(n-1)]. \quad (A.31)$$

8. Faça  $n = n + 1$  e volte ao passo de número dois.

### A.5 Algoritmo *Fx-RLS* – *Feedback*

A utilização do algoritmo *Fx-RLS* para implementar um sistema CAR em topologia tipo *feedback* pode ser feita através das seguintes operações:

1. Inicialização dos coeficientes do filtro adaptativo  $w(i)_0$  e da matriz de correlação  $P(0)$ :

$$w(i)_0 = 0. \quad (A.32)$$

$$P(0) = \delta^{-1}I. \quad (A.33)$$

2. Leitura do sinal de erro  $e(n)$ ;
3. Estimar a entrada do filtro  $x(n)$ :

$$x(n) = e(n) - \sum_{i=0}^M s(i) y(n-i). \quad (A.34)$$

5. Cálculo da saída do filtro  $y(n)$ :

$$y(n) = \sum_{i=0}^M w(i) x(n-i). \quad (A.35)$$

4. Cálculo da entrada filtrada  $x'(n)$ :

$$x'(n) = \sum_{i=0}^{N-1} S(i) x(n-i). \quad (A.36)$$

5. Cálculo do vetor de ganho  $g(n)$ :

$$g(n) = \frac{\lambda^{-1}P(n-1)x'(n)}{1 + \lambda^{-1}x'^T(n)\lambda^{-1}P(n-1)x'(n)}. \quad (A.37)$$

6. Atualização dos coeficientes  $w_n$ :

$$w_n = w_{n-1} + e(n)g(n). \quad (A.38)$$

7. Cálculo da matriz inversa de correlação  $P(n)$ :

$$P(n) = \lambda^{-1}[P(n-1) - g(n)x'^T(n)P(n-1)]. \quad (A.39)$$

8. Faça  $n = n + 1$  e volte ao passo de número dois.

### A.6 Algoritmo *Fx-RLS* – Híbrido

Um sistema CAR, realizado através controlador *Fx-RLS*, na topologia híbrida, pode ser implementado e simulado através da seguinte sequência de passos:

1. Inicialização dos coeficientes dos filtros adaptativos *feedback* ( $w_{FB}(i)_0$ ), *feedforward* ( $w_{FF}(i)_0$ ) e da matriz de correlação  $P_{FF}(0)$  e  $P_{FB}(0)$ :

$$w_{FF}(i)_0 = 0. \quad (A.40)$$

$$w_{FB}(i)_0 = 0. \quad (A.41)$$

$$P_{FF}(0) = \delta^{-1}I. \quad (A.42)$$

$$P_{FB}(0) = \delta^{-1}I. \quad (A.43)$$

2. Leitura de  $x(n)$ ,  $e(n)$ , e estimação do sinal de referencia do filtro *feedback*  $x_{FB}(n)$ ;

$$x_{FB}(n) = e(n) - \sum_{i=0}^M s(i) y(n-i). \quad (A.44)$$

3. Cálculo da saída do filtro *feedforward* ( $y_{FF}(n)$ ) e do filtro da saída *feedback* ( $y_{FB}(n)$ ):

$$y_{FF}(n) = \sum_{i=0}^M w_{FF(i)} x(n-i). \quad (A.45)$$

$$y_{FB}(n) = \sum_{i=0}^M w_{FB(i)} x_{FB}(n-i). \quad (A.46)$$

4. Cálculo da entrada filtrada para o filtro *feedforward* ( $x'(n)$ ) e *feedback* ( $x_{FB}'(n)$ ):

$$x'(n) = \sum_{i=0}^{N-1} S(i) x(n-i). \quad (A.47)$$

$$x_{FB}'(n) = \sum_{i=0}^{N-1} S(i) x_{FB}(n-i). \quad (A.48)$$

5. Cálculo do vetor de ganho para os filtros tipo *feedforward* ( $g_{FF}(n)$ ) e *feedback* ( $g_{FB}(n)$ ):

$$g_{FF}(n) = \frac{\lambda^{-1}P_{FF}(n-1)x'(n)}{1 + \lambda^{-1}x^T(n)\lambda^{-1}P_{FF}(n-1)x'(n)}. \quad (A.49)$$

$$g_{FB}(n) = \frac{\lambda^{-1}P_{FB}(n-1)x_{FB'}(n)}{1 + \lambda^{-1}x_{FB'}(n)^T(n)\lambda^{-1}P_{FB}(n-1)x_{FB'}(n)}. \quad (A.50)$$

6. Atualização dos coeficientes dos filtros:

$$w_{FF_n} = w_{FF_{n-1}} + e(n)g_{FF}(n). \quad (A.51)$$

$$w_{FB_n} = w_{FB_{n-1}} + e(n)g_{FB}(n). \quad (A.52)$$

7. Cálculo da matriz inversa de correlação  $P(n)$ :

$$P_{FF}(n) = \lambda^{-1}[P_{FF}(n-1) - g_{FF}(n)x'^T(n)P_{FF}(n-1)]. \quad (A.53)$$

$$P_{FB}(n) = \lambda^{-1}[P_{FB}(n-1) - g_{FB}(n)x_{FB'}(n)^T(n)P_{FB}(n-1)]. \quad (A.54)$$

8. Faça  $n = n + 1$  e volte ao passo de número dois.